

CHAPITRE 5

Système unitaire

5.1 Introduction

Le système unitaire permet l'utilisation de grandeurs réduites au système par unité (p.u.) ou en pourcentage (%) dans les réseaux de puissance.

L'utilisation des grandeurs réduites permet :

- de simplifier les problèmes (Δ , Y , $\sqrt{3}$)
- de nous informer davantage ($V_{nominale}$, I_{nom} , P_{nom} , etc)

Définition On obtient une grandeur réduite en référant une grandeur à une autre de même dimension. La valeur de référence ou de base peut correspondre à la valeur nominale d'un appareil ou à une valeur choisie arbitrairement qui minimise les calculs.

EXEMPLE 1

Soit un courant de 5A circulant dans un enroulement de transformateur dont le courant nominal vaut 8A. Ainsi, si on choisit comme valeur de base le courant nominal, on obtient que le courant qui circule vaut :

$$\frac{5A}{8A} = 0.625 \text{p.u. ou encore } 62.5\% \quad (5.1)$$

De cette façon la valeur de courant de 0.625 p.u. ou 62.5% est beaucoup plus significative que 5A : elle spécifie la proportion du courant nominal qui circule dans l'enroulement.

D'un autre côté, si on choisit comme valeur de base un courant de 10A, la valeur

réduite du courant vaut :

$$\frac{5A}{10A} = 0.5p.u. \text{ ou encore } 50\% \quad (5.2)$$

Ce choix permet d'obtenir une valeur réduite avec le moins de chiffres significatifs.

On considère habituellement une valeur de base autre qu'une valeur nominale lorsqu'on considère plusieurs appareils ayant des valeurs nominales différentes. On choisit dans ce cas une valeur arbitraire commune à tous les appareils et qui donne des grandeurs réduites ayant le moins de chiffres significatifs possible.

EXEMPLE 2

Soit des appareils avec 20kVA, 30kVA et 50kVA. Si on choisit 30kVA comme base, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{20kVA}{30kVA} &= 0.666p.u. & \frac{30kVA}{30kVA} &= 1.0p.u. \\ \frac{50kVA}{30kVA} &= 1.666p.u. \end{aligned}$$

Par contre, si on choisit 10kVA comme base puissance :

$$\frac{20kVA}{10kVA} = 2.0p.u. \quad \frac{30}{10} = 3.0p.u. \quad \frac{50}{10} = 5.0p.u. \quad (5.3)$$

5.2 Calcul avec les grandeurs réduites

Le calcul avec les grandeurs réduites s'effectue de la même façon qu'avec les grandeurs ordinaires ou physiques.

EXEMPLE 3 Soit $I = 1.2p.u. \angle(-30^\circ)$ et $V = 0.9p.u. \angle(0^\circ)$.

$$\begin{aligned} S &= VI^* = 0.9 \times 1.2 \angle(+30^\circ) = 1.08p.u. \angle(30^\circ) \\ S &= 0.9353 + j0.54 p.u. \end{aligned}$$

Remarque :

1. $S = 90\% \times 120\% \angle(30) = 108\% \angle(30)$ et non $10800\% \angle(30)$
2. Une fois tous les calculs avec les grandeurs réduites terminées, on peut obtenir les grandeurs ordinaires en considérant les valeurs de bases choisies au départ.

EXEMPLE 4 $S = 0.9353 + j0.54 \text{ p.u.}$

Si la puissance de base vaut 100VA \Rightarrow 100VA vaut 1.0p.u.

$$\begin{aligned} S &= (0.9353 + j0.54) \times 100\text{VA} \\ &= 93.53 + j54 \text{ VA} \end{aligned}$$

d'où $P = 93.53\text{W}$ et $Q = 54\text{VAR}$.

5.3 Choix des valeurs des base dans un réseau

Si on considère les puissances, les tensions, les courants et les impédances d'un réseau 1ϕ ou 3ϕ , quatre valeurs de base peuvent être définies, soit :

- une puissance de base (apparente)
- une tension de base
- un courant de base
- une impédance (ou admittance) de base

Parmi ces quatre valeurs de base, **seulement deux sont indépendantes**. En effet, si on en choisit deux, les deux autres peuvent être déduites. Habituellement, on choisit la puissance et la tension comme valeurs de base. Par conséquent :

$$\text{courant de base} = \frac{\text{Puissance apparente de base}}{\text{Tension de base}} \quad (5.4)$$

$$\text{impédance de base} = \frac{\text{Tension de base}}{\text{Courant de base}} \quad (5.5)$$

$$= \frac{(\text{Tension de base})^2}{\text{Puissance apparente de base}} \quad (5.6)$$

C'est-à-dire, si on choisit (S_{base} et V_{base}) :

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}}; \quad Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \quad (5.7)$$

IMPORTANT

Toutes les valeurs de base correspondent à des valeurs par phase. Cependant, il est à noter que dans le cas d'un réseau 3ϕ où on spécifie généralement la tension de ligne et la puissance 3ϕ , alors on a que :

$$\text{Tension en p.u.} = \frac{\text{tension de ligne} / \sqrt{3}}{\text{tension de base}} = \frac{\text{tension de ligne}}{\sqrt{3} \times \text{tension de base}} \quad (5.8)$$

⇒ ceci revient à considérer une tension de ligne de base égale à $\sqrt{3}$ fois la tension de base

$$\text{Puissance en p.u.} = \frac{\text{Puissance } 3\phi/3}{\text{Puissance de base}} = \frac{\text{Puissance } 3\phi}{3 \times \text{Puissance de base}} \quad (5.9)$$

⇒ ceci revient à considérer une puissance de 3ϕ de base égale à 3 fois la puissance de base.

EXEMPLE 5

Soit une puissance 3ϕ de base de 30MVA et une tension de ligne de base de 120kV.

$$\text{Puissance de base (par phase)} = \frac{30\text{MVA}}{3} = 10\text{MVA}$$

$$\text{Tension de base} = \frac{120\text{kV}}{\sqrt{3}} = 69.3\text{kV}$$

Si on considère une puissance 3ϕ de 18MW et une tension de ligne de 108kV à convertir :

$$\text{Puissance en p.u.} = \frac{6\text{MW}}{10\text{MVA}} = \frac{18\text{MW}}{30\text{MVA}} = 0.6\text{p.u.}$$

$$\text{Tension de ligne en p.u.} = \frac{62.3\text{kV}}{69.3\text{kV}} = \frac{108\text{kV}}{120\text{kV}} = 0.9\text{p.u.}$$

On peut donc considérer directement les puissances 3ϕ et les tensions de ligne (on laisse tomber le $\sqrt{3}$ et le 3).

On peut également déterminer le courant de base et l'impédance de base à partir d'une puissance de base 3ϕ et d'une tension de ligne de base :

$$\text{Courant de base} = \frac{\text{Puissance de base } 3\phi}{\sqrt{3} \times \text{tension de ligne de base}}$$

$$\text{Impédance de base} = \frac{(\text{Tension de base})^2}{\text{Puissance de base } 3\phi}$$

$$\text{Courant de base} = \frac{30\text{MVA}}{\sqrt{3} \times 120\text{kV}} = \frac{10\text{MVA}}{69.3\text{kV}} = 144\text{A}$$

$$\text{Impédance de base} = \frac{(120)^2\text{kV}}{30\text{MVA}} = \frac{(69.3)^2\text{kV}}{10\text{MVA}} = 480\Omega$$

5.3.1 Changement de base

Dans un réseau, il arrive que des impédances soient exprimées en % ou en p.u. sur des tensions de base et/ou des puissances de base différentes. Par exemple, l'impédance en % de deux transformateurs peuvent référer à des puissances nominales différentes.

Il faut, avant d'effectuer des calculs, ramener toutes les impédances exprimées en % ou en p.u. sur des valeurs de base (tension et puissance) communes.

Il faut également exprimer en % ou en p.u. sur les valeurs de base communes certaines impédances exprimées en ohms comme les lignes par exemple.

De sorte que, si on considère une impédance exprimée en ohms $Z(\Omega)$ et une certaine puissance de base (3ϕ) $S_{3\phi}$ ainsi qu'une certaine tension (de ligne) de base V_L , la valeur de l'impédance de base sera :

$$Z(\text{en p.u.}) = \frac{Z(\Omega) \times S_{3\phi}}{V_L^2} = \frac{Z(\Omega)}{Z_{base}}, \text{ avec } Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} \quad (5.10)$$

Maintenant, si on considère une autre puissance de base $S'_{3\phi}$ et une autre tension de base V'_L , on aura alors :

$$Z'(\text{en p.u.}) = \frac{Z(\Omega) \times S'_{3\phi}}{V_L'^2} \quad (5.11)$$

par conséquent, on peut relier $Z'(\text{en p.u.})$ en fonction de $Z(\text{en p.u.})$:

$$Z'(\text{en p.u.}) = Z(\text{en p.u.}) \left(\frac{V_L^2}{S_{3\phi}} \right) \times \left(\frac{S'_{3\phi}}{(V'_L)^2} \right) \quad (5.12)$$

$$\Rightarrow Z'(\text{en p.u.}) = Z(\text{en p.u.}) \left(\frac{V_L}{V'_L} \right)^2 \times \left(\frac{S'_{3\phi}}{S_{3\phi}} \right) \quad (5.13)$$

EXEMPLE 6

Alternateur	Transformateur	Ligne de transport
20MVA	25MVA	longueur = 50km
13kV	12/66kV	66kV
$X = 0.65\text{p.u.}$	$X = 7.5\%$	$X = 0.67\Omega/\text{km}$

Exprimer les réactances en p.u. en choisissant comme base commune $S_{base} = 25\text{MVA}$ et $V_{base} = 66\text{kV}$.

$$\text{Alternateur : } X = 0.65 \times \left(\frac{13}{12}\right)^2 \times \frac{25}{20} = 0.9536 p.u.$$

$$\text{Transformateur : } X = 0.075 \times \left(\frac{66}{66}\right)^2 \times \frac{25}{25} = 0.075 p.u.$$

$$\text{Ligne : } X = (0.67 \times 50) \times \frac{25 \text{MVA}}{(66 \text{kV})^2} = \frac{Z(\Omega)}{Z_{base}} = 0.1923 p.u.$$

Étant donné le choix de 66kV, on doit tenir compte du rapport de transformation du transformateur pour le calcul de la réactance en p.u. de l'alternateur :

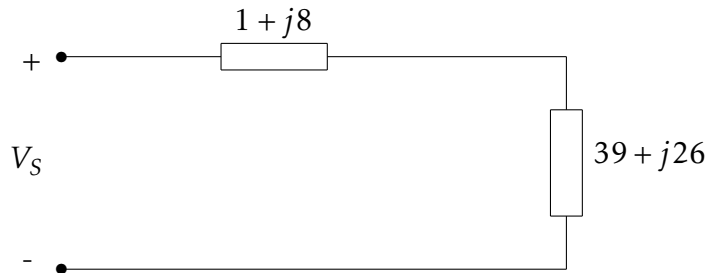
$$V'_L = 66 \text{kV} \times \frac{12}{66} = 12 \text{ kV}$$

même si l'alternateur a une tension nominale de 13kV.

Avantages d'un système p.u. : Système polyphasé équilibré, simplicité de calcul (pour un système 3ϕ équilibré plus de $\sqrt{3}$), plus de rapport de transformation pour les transformateurs. Plus de Δ ou Y pour les charges.

EXEMPLE 7

Dans le circuit de la figure suivante, une charge ayant une impédance de $39 + j26\Omega$ est branchée à une source de $220V_{rms}$ à travers une ligne d'impédance $1 + j8\Omega$.



1. Calculer le courant I_L dans la charge et la tension V_L aux bornes de la charge.
2. Calculer la puissance active et réactive consommée par la charge.
3. Répéter les calculs des parties 1 et 2 en utilisant le système unitaire, avec $V_{base} = 220V$ et $S_{base} = 1500VA$. (Effectuer les calculs en p.u.)
4. Comparer les réponses en p.u. obtenues dans la partie 3 avec les résultats des parties 1 et 2.

1. Puisque la ligne et la charge sont en série, le courant dans la charge est tout simplement la tension de source divisée par l'impédance totale.

$$I_L = \frac{220\angle 0^\circ}{40 + j34} = 3.193 - j2.714 = 4.191\angle(-40.364^\circ) \quad (5.14)$$

La tension dans la charge est :

$$V_L = Z_L I_L = (39 + j26)(3.193 - j2.714) = 195.091 - j22.828 = 196.422\angle(-6.674^\circ) \quad (5.15)$$

2. La puissance active et réactive sont obtenues facilement :

$$S = V_L I_L^* = (195.091 - j22.828)(3.193 + j2.714) = 684.881 + j456.587 \text{ VA}$$

Donc $P = 685W$ et $Q = 457VAR$.

3. $V_{base} = 220V$ et $S_{base} = 1500VA$. Donc :

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = \frac{1500}{220} = 6.818 \text{ A}$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{220}{6.818} = 32.267\Omega$$

On convertit les quantités au système unitaire (p.u.) :

$$V_S = \frac{220}{220} = 1.0 p.u.$$

$$Z_l = \frac{1 + j8}{32.267} = 0.031 + j0.248 p.u.$$

$$Z_L = \frac{39 + j26}{32.267} = 1.209 + j0.806 p.u.$$

Donc :

$$I_L = \frac{V_L}{Z_T} = \frac{1}{1.240 + j1.054} = 0.468 - j0.398 p.u.$$

$$V_L = I_L Z_L = (0.468 - j0.398)(1.209 + j0.806) = 0.887 - j0.104 p.u.$$

$$S_L = V_L I_L^* = (0.887 - j0.104)(0.468 + j0.398) = 0.457 + j0.304 p.u.$$

4. Pour comparer, on multiplie les valeurs en p.u. par les bases équivalentes :

$$I_L = I_{pu} I_{base} = (0.468 - j0.398)(6.818) = 3.191 - j2.714 \text{ A}$$

$$V_L = V_{pu} V_{base} = (0.887 - j0.104)(220) = 195.140 - j22.880 \text{ V}$$

$$S_L = S_{pu} S_{base} = (0.457 + j0.304)(1500) = 685.5 + j456.0 \text{ VA}$$

Les valeurs sont les mêmes, à part quelques erreurs d'arrondissements.