

## Circuits Magnétiques et Inductance

### 7.1 Introduction

#### 7.1.1 Production d'un champ magnétique

Si on considère un conducteur cylindrique droit dans lequel circule un courant  $I$  (figure 7.1). Ce courant crée un champ magnétique. L'intensité de ce champ est donnée par la loi d'Ampère :

$$\int H dl = I \quad (7.1)$$

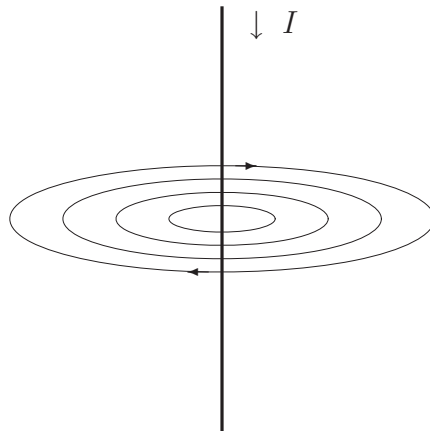


FIG. 7.1 – Champ magnétique créé par un courant circulant dans un fil

Dans le cas d'un conducteur droit, l'intensité du champ magnétique est :

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \text{ (A/m)} \quad (7.2)$$

La nature du champ magnétique dépend de la nature du courant  $I$ . Si le courant  $I$  est un courant alternatif sinusoïdal, le champ magnétique sera sinusoïdal aussi. Si le courant est continu, le champ magnétique le sera aussi.

Le champ magnétique créé par un fil long et droit n'est pas uniforme et son intensité varie selon  $1/r^2$ . Afin de créer un champ uniforme, on utilise une bobine pour concentrer les lignes de champs en un même endroit.

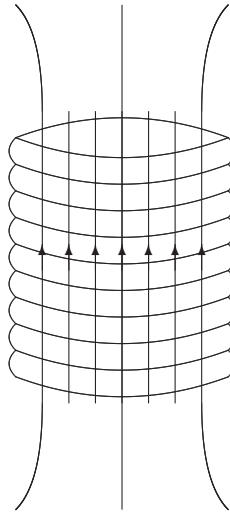


FIG. 7.2 – Champ magnétique dans une bobine

À l'intérieur de la bobine, les champs magnétiques s'additionnent pour créer un champ plus intense et plus uniforme.

### 7.1.2 Flux magnétique

On prend l'exemple d'une bobine dans laquelle circule un courant  $I$ . Le champ magnétique créé se répand dans l'espace libre autour de la bobine, ou de façon analogue aux courants électriques, que le champ "coule" dans le milieu qui entoure la bobine. La bobine crée alors une **force magnétomotrice** qui fait circuler un **flux magnétique** dans le milieu.

C'est semblable au même phénomène que les circuits électriques : une force électromotrice déplace des électrons qui circulent dans le milieu.

La force produite est reliée au courant qui circule et au nombre de tours dans la bobine :

$$\mathfrak{F} = NI \quad (7.3)$$

où  $\mathfrak{F}$  est la force,  $N$  est le nombre de tours, et  $I$  le courant. L'unité de cette force est A·t (Ampère-tour).

La densité de flux magnétique  $B$  dans un milieu donné est :

$$B = \mu H \quad (7.4)$$

où  $B$  est la densité de flux (en Wb/m<sup>2</sup> ou Tesla),  $H$  est l'intensité du champ magnétique (en A/m) et  $\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu (en Wb/m ou H/m).

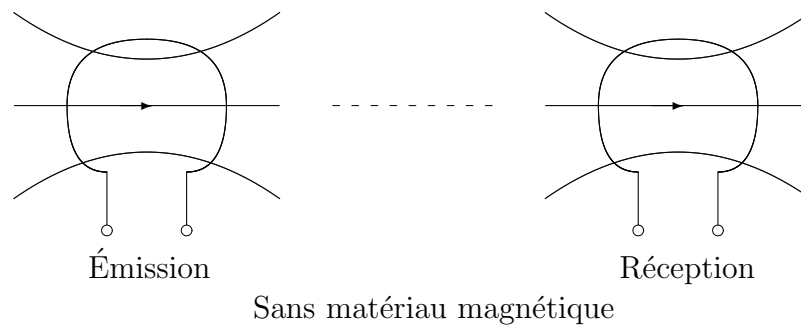
La perméabilité du vide est  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m. La perméabilité de l'air est presque la même que celle du vide.

Le flux magnétique circulant dans une surface  $S$  est défini comme :

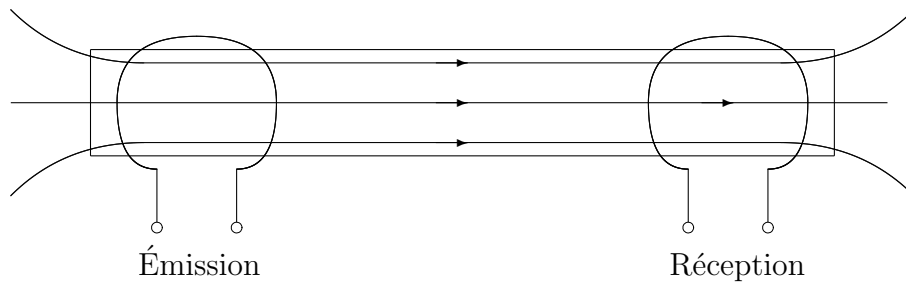
$$\varphi = \int_S B \cdot dS \quad (7.5)$$

## 7.2 Matériaux magnétiques

Un matériau magnétique est un matériau de haute perméabilité magnétique ( $\mu_r \gg 1$ ). Le rôle est de canaliser efficacement les lignes de champ magnétique. Ceci permet de réduire les fuites.



Avec un matériau magnétique :



### 7.2.1 Caractéristique $B(H)$ d'un matériau magnétique

On a vu que la relation entre la densité de flux et le champ magnétique est  $B = \mu H$ . Dans le vide (ou l'air), cette caractéristique prend la forme d'une relation linéaire. Le vide est un milieu linéaire, homogène (la qualité est uniforme) et isotropique (les propriétés sont les mêmes dans toutes les directions). La relation  $B(H)$  du vide est donnée dans la figure suivante.

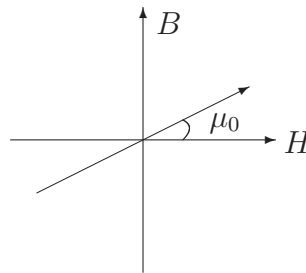


FIG. 7.3 – Relation  $B(H)$  du vide.

Pour un matériau magnétique, la relation  $B(H)$  est :

$$B = \mu_r \mu_0 H \quad (7.6)$$

où  $\mu_r$  est la perméabilité relative du matériau. Pour la plupart des matériaux, la perméabilité n'est pas constante, et la relation  $B(H)$  est non-linéaire.

On peut classer les matériaux magnétiques en deux groupes importants :

- matériaux *non-magnétiques* :  $\mu_r$  est environ 1. Exemple : air, verre, cuivre, aluminium.
- matériaux *ferromagnétiques* :  $\mu_r$  est très élevé (100 à 100000). Exemple : fer, acier, cobalt, alliages, etc...

La caractéristique de magnétisation AC d'un matériau magnétique donne une courbe du type **hystérésis**.

- $B_{max} = 1.5\text{T}$  (fer)
- $B_{max} = 0.3\text{T}$  (ferrite)

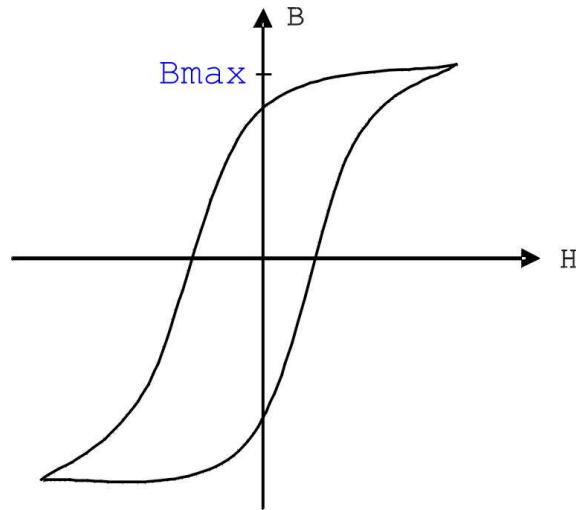


FIG. 7.4 – Courbe hystérésis typique.

### 7.2.2 Pertes magnétiques

Il y a deux grandes sources de pertes dans les matériaux magnétiques :

1. Pertes par hystérésis
2. Pertes par courants de Foucault

#### Pertes par hystérésis

Sous excitation cyclique (sinusoïdale, par exemple), le matériau magnétique fait un cycle de hystérésis et crée ainsi des pertes d'énergie dans le noyau sous forme de chaleur. Les pertes par hystérésis sont directement proportionnelles à la surface du cycle d'hystérésis et à la fréquence d'opération. Une formule empirique permet de calculer les pertes (par  $\text{m}^3$ ) :

$$P_{hys} = K B_{max}^2 f \quad (7.7)$$

où  $K$  est une constante qui dépend du matériau,  $B_{max}$  est la valeur maximale de la densité de flux, et  $f$  est la fréquence de fonctionnement.

On réduit les pertes par hystérésis en utilisant des tôles ayant un faible pourcentage de silicium (0.8 à 3.5%) ou en utilisant des tôles à courants orientés (tôles en silicium à faible teneur en carbone).

## Pertes par courants de Foucoul

Le champ magnétique alternatif induit dans le noyau par des forces électromagnétiques crée un courant induit dans le matériau. Ces courants induits créent des pertes  $RI^2$  (puisque les matériaux magnétiques ont une résistivité non-nulle). Ces pertes sont dissipées sous forme de chaleur.

Afin de minimiser les courants induits dans le noyau, on utilise des noyaux formés de laminations isolées électriquement les unes des autres (pour les bobines fonctionnant à basses fréquences) ou des noyaux en ferrite (pour les bobines fonctionnant à hautes fréquences).

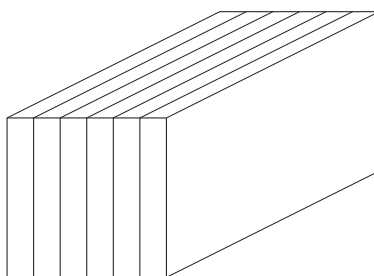


FIG. 7.5 – Noyau laminé.

On peut estimer les pertes par courant de Foucoul avec la relation empirique suivante :

$$P_f = \frac{\pi^2}{6} \frac{d^2 B_{max}^2 f^2}{\rho} \quad (7.8)$$

Habituellement, les pertes sont estimées à l'aide de données fournies par les manufacturiers.

## 7.3 Circuits magnétiques

Un circuit magnétique est semblable à un circuit électrique. C'est un parcours fermé qui est réalisé avec un matériau magnétique de haute perméabilité ( $\mu_r \gg 1$ ). Cependant, on va faire quelques hypothèses pour l'analyse de ces circuits :

- On suppose que  $B(H)$  est linéaire.
- Pas de saturation.
- Pas de hystérésis.

Une force magnétomotrice  $\mathfrak{F} = NI$  force un flux  $\varphi$  à circuler dans le circuit magnétique.

L'intensité du champ magnétique dans le noyau est donné par la loi d'Ampère :

$$NI = \int H dl = Hl \quad (7.9)$$

La densité de flux dans le noyau est égale à :

$$B = \mu H \quad (7.10)$$

Le flux magnétique circulant dans le noyau est égal à :

$$\varphi = BA = \mu HA = \mu \left( \frac{NI}{l} \right) A = \frac{NI}{\left( \frac{l}{\mu A} \right)} \quad (7.11)$$

Cette relation peut être exprimée sous la forme :

$$\varphi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}} \quad (7.12)$$

On appelle  $\mathfrak{R}$  la **réluctance** du circuit magnétique. La réluctance est une quantité qui caractérise la "résistance" du circuit magnétique au passage du flux. C'est un peu comme la loi d'Ohm pour des circuits magnétiques.

La réluctance d'un circuit de surface  $A$ , de longueur moyenne  $l$  et perméabilité  $\mu$  est :

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (7.13)$$

La réluctance est exprimée en At/Wb.

Donc, comme équivalence aux circuits électriques :

Circuit électrique	Circuit magnétique
Tension V	Force magnétomotrice $\mathfrak{F} = NI$
Résistance R	Réluctance $\mathfrak{R}$
Courant I	Flux $\varphi$

### Réluctance en série

La réluctance en série se comporte de la même façon que des résistances en série. C'est-à-dire :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \dots \quad (7.14)$$

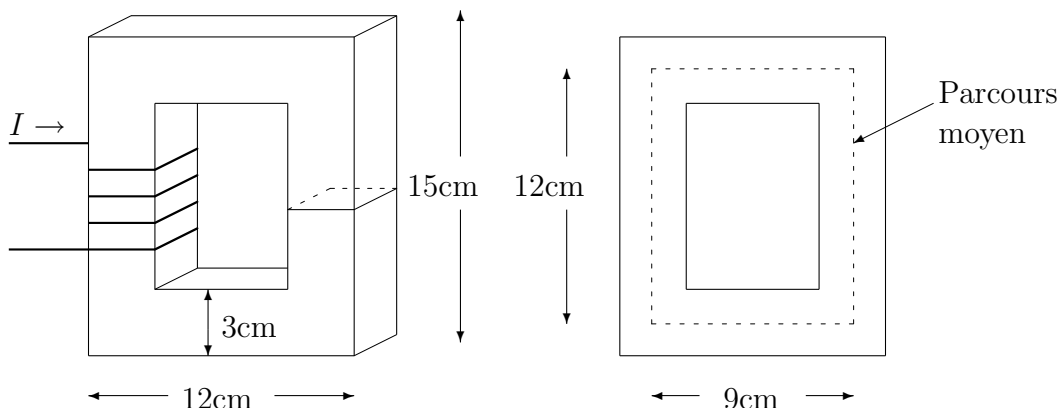
### Réluctance en parallèle

La réluctance en parallèle se comporte de la même façon que des résistances en parallèle. C'est-à-dire :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \left( \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \dots \right)^{-1} \quad (7.15)$$

EXEMPLE 1

Soit le circuit magnétique suivant. Le courant  $I$  est 1.2A, la perméabilité relative du matériau est  $\mu_r = 3000$ , le nombre de tours  $N$  est 100 et une profondeur de 4cm.



La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (12 + 9) = 0.42\text{m}$$

La section du circuit est :

$$A = (3 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0012\text{m}^2$$

La réluctance du circuit est :

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} = \frac{0.42}{3000(4\pi \times 10^{-7})0.0012} = 92840 \text{ At/Wb}$$

Le flux magnétique est :

$$\varphi = \frac{NI}{\mathfrak{R}} = \frac{120}{92840} = 1.29 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

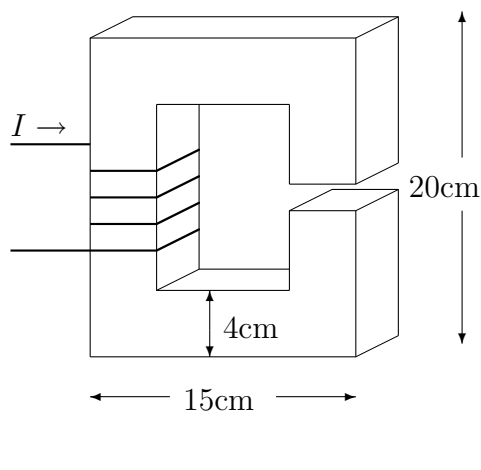
La densité de flux est :

$$B = \frac{\varphi}{A} = \frac{1.29 \times 10^{-3}}{0.0012} = 1.075 \text{ T}$$

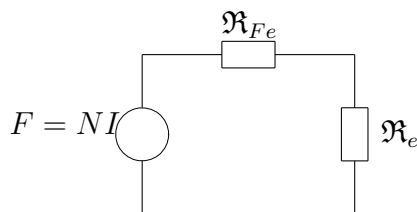
EXEMPLE 2

Soit le circuit magnétique suivant. Le courant  $I$  est 2A, la perméabilité relative du matériau est  $\mu_r = 2500$ , le nombre de tours  $N$  est 250 et une profondeur de 4cm. L'entrefer a une épaisseur de 0.5cm (l'entrefer est la section où il manque une petite partie du circuit).





Le circuit équivalent est :



La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (11 + 16) = 0.54\text{m}$$

La section du circuit est :

$$A = (4 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0016\text{m}^2$$

La réluctance du fer est :

$$\mathfrak{R}_{Fe} = \frac{l}{\mu A} = \frac{0.54}{2500(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 107430 \text{ At/Wb}$$

La réluctance de l'entrefer est :

$$\mathfrak{R}_e = \frac{l_e}{\mu_0 A_e} = \frac{0.005}{(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 248680 \text{ At/Wb}$$

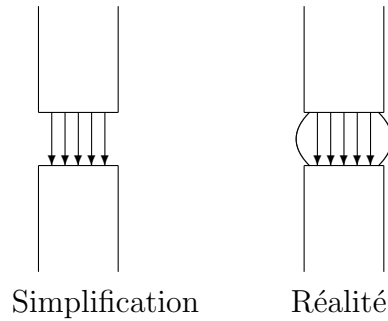
Le flux magnétique est :

$$\varphi = \frac{NI}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{NI}{\mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_e} = \frac{250 \times 2}{107430 + 248680} = 1.404 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

La densité de flux est :

$$B = \frac{\varphi}{A} = \frac{1.404 \times 10^{-3}}{0.0016} = 0.878 \text{ T}$$

**REMARQUE :** On suppose que le champ magnétique est droit dans l'entrefer, ce qui n'est pas le cas en réalité. Ceci augmente la largeur effective de l'entrefer ( $A_{enterfer} > A$ ). On nomme aussi ce phénomène **l'effet de frange**.



Par contre, la longueur de l'entrefer est habituellement plus petite que 5% de la longueur du circuit magnétique, et on peut utiliser la simplification  $A_{entrefer} = A$ .

Pour augmenter la précision des calculs, la formule suivante empirique donne de bon résultats :

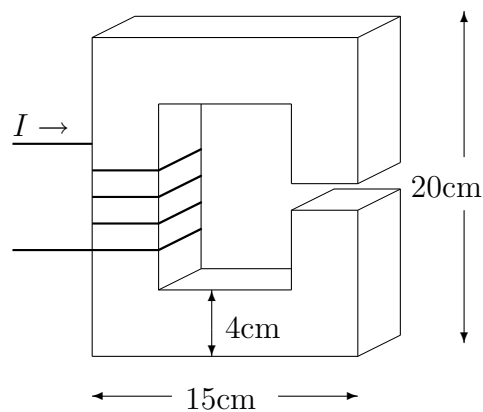
$$A_e = (a + l_e)(b + l_e) \quad (7.16)$$

où  $a$  et  $b$  sont les dimensions du noyau et  $l_e$  est la longueur de l'entrefer.

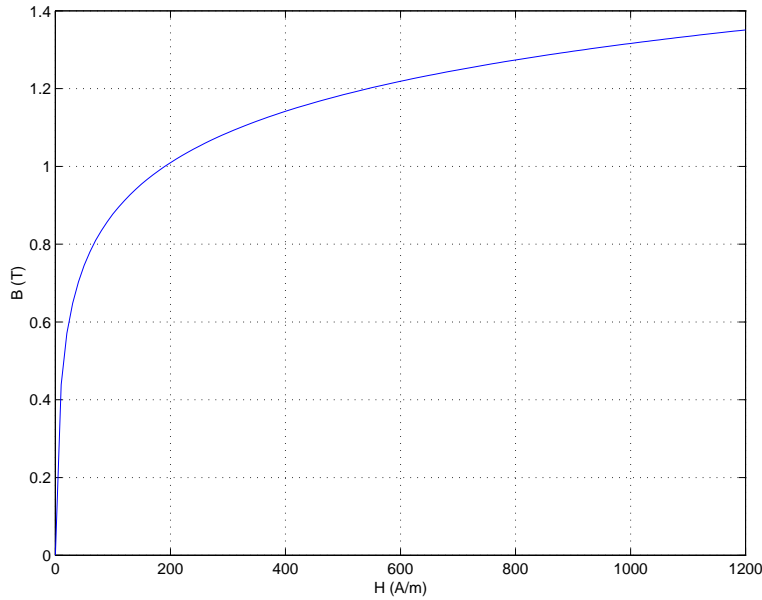
### 7.3.1 Analyse non-linéaire

On a jusqu'à présent supposé que les circuits magnétiques avaient un comportement linéaire dans la relation  $B(H)$ . Par contre, en réalité, les circuits magnétiques ont une relation  $B(H)$  non-linéaire, et on présente ici une technique pour en faire l'analyse.

On va considérer le circuit magnétique de l'exemple 2.



Le matériau magnétique a une caractéristique  $B(H)$  donnée par la figure suivante :



L'entrefer a une relation linéaire, par contre, puisque c'est de l'air. Pour le reste du circuit, on peut écrire que :

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}_{Fe} &= H_{Fe} \times l_{Fe} = 0.54H_{Fe} \\ \varphi &= B_{Fe} \times A = 0.0016B_{Fe}\end{aligned}$$

Si on compare avec le circuit équivalent, on trouve que :

$$\mathfrak{F}_{Fe} = NI - \mathfrak{R}_e \varphi$$

où  $NI = 500 \text{ At}$  et  $\mathfrak{R}_e = 248680 \text{ At/Wb}$ .

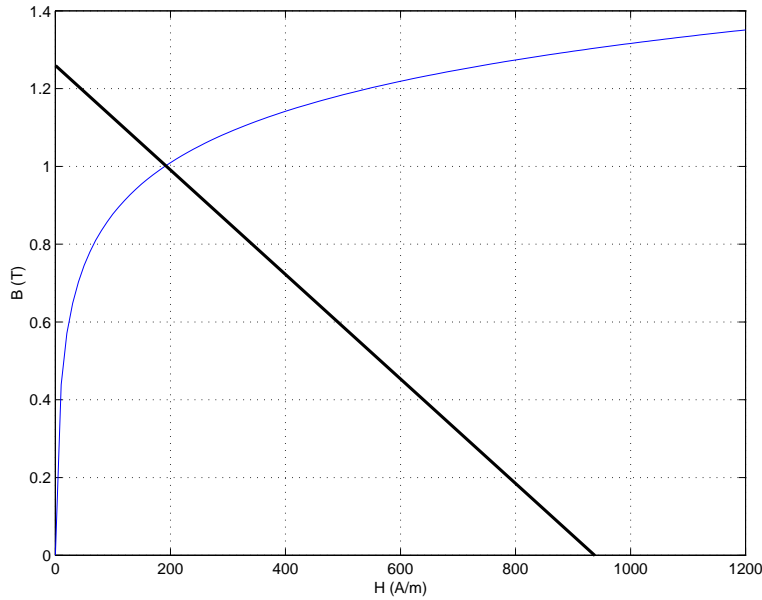
On peut convertir l'équation précédente en une relation  $B(H)$  :

$$0.54H_{Fe} = NI - \mathfrak{R}_e(0.0016B_{Fe})$$

ce qui donne :

$$H_{Fe} = 925.93 - 736.83B_{Fe}$$

On peut tracer cette équation sur le graphe de la courbe  $B(H)$ . L'intersection entre les deux courbes donne le  $B_{Fe}$  et  $H_{Fe}$  correspondants.



Donc  $B = 1.0\text{T}$  (selon le graphe) et  $H \approx 200\text{ A/m}$ .

## 7.4 Inductance d'une bobine

On considère une bobine de  $N$  tours dans laquelle circule un courant  $I$ . La bobine se trouve dans un milieu magnétiquement linéaire (comme l'air). Le flux magnétique produit par la bobine est  $\varphi$ . Le flux produit par la bobine traverse la bobine. Le flux magnétique total couplé à la bobine est  $\Lambda = N\varphi$ . L'inductance de la bobine est définie par :

$$L = \frac{\Lambda}{I} = \frac{N\varphi}{I} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (7.17)$$

Dans le cas d'une inductance à air (où le milieu magnétique est de l'air), la valeur de l'inductance est fonction du nombre de tours et de la perméabilité du milieu. Elle est aussi indépendante de la fréquence et du courant. Par contre, la réluctance est difficile à calculer parce que le flux suit un parcours pas bien défini.

Dans le cas d'une bobine sur un matériau magnétique, le flux est **très** concentré dans le matériau magnétique. Le flux créé par la bobine circule donc en totalité dans le noyau. Le flux total couplé à la bobine est égal à :

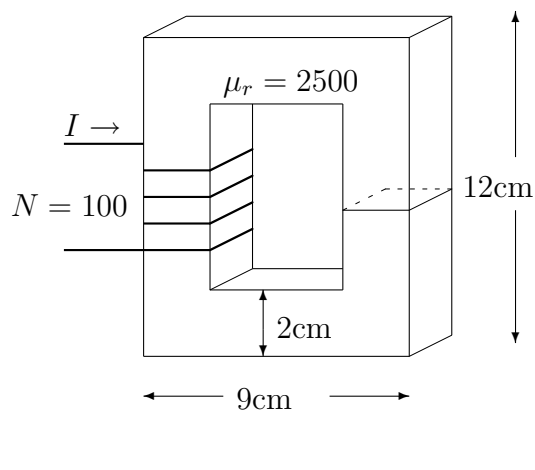
$$L = \frac{\Lambda}{I} = \frac{N\varphi}{I} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (7.18)$$

comme dans le cas d'une bobine à air. Par contre, la réluctance n'est pas constante ; elle dépend du courant  $I$  parce que la perméabilité du matériau n'est pas linéaire.

Par contre, on peut approximer la valeur de l'inductance en supposant que la relation  $B(H)$  est linéaire.

**EXEMPLE 3**

Le circuit a une profondeur de 2cm. On suppose que le matériau magnétique est linéaire.



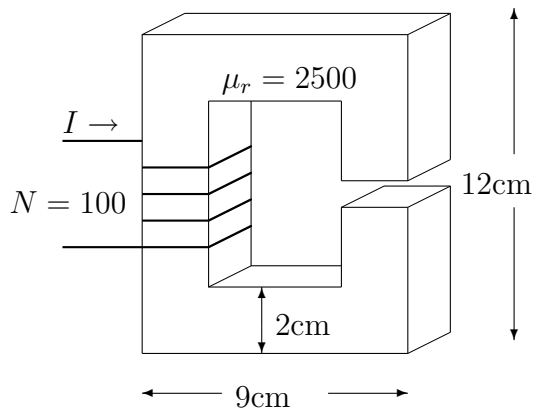
La réluctance du circuit est :

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} = \frac{0.34}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.0004)} = 270563 \text{ At/Wb}$$

L'inductance est :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{100^2}{270563} = 37 \text{ mH}$$

On ajoute un entrefer de 1 mm.



La réluctance du noyau est la somme des réluctances (celle du noyau de fer et celle de l'entrefer).

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_e$$

On a :

$$\mathfrak{R}_e = \frac{l_e}{\mu_0 A} = \frac{0.001}{(4\pi \times 10^{-7})(0.0004)} = 1.989 \times 10^6 \text{ At/Wb}$$

L'inductance est :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_e} = \frac{100^2}{270563 + 1.989 \times 10^6} = 4.42 \text{ mH}$$

REMARQUE : On a supposé que tout le flux produit par la bobine demeure dans le noyau. En réalité, une petite partie du flux s'échappe du noyau, qu'on nomme le flux de fuite ( $\varphi_f$ ). Donc l'inductance est :

$$L = \frac{\Lambda_T}{I} = \frac{N(\varphi + \varphi_f)}{I} = \underbrace{\frac{N\varphi}{I}}_{L_m} + \underbrace{\frac{N\varphi_f}{I}}_{L_f}$$

où  $L_m$  est l'inductance magnétisante, et  $L_f$  est l'inductance de fuite.

### 7.4.1 Modèle électrique d'une bobine

Afin d'obtenir un modèle électrique du bobinage, il faut premièrement considérer quels éléments contribuent au circuit. Le phénomène principal de la bobine est le flux, qui est représenté par une inductance. Les phénomènes parasites vont aussi influencer le circuit équivalent :

- Résistance du fil utilisé pour créer le bobinage.
- Hystérésis et courants induits créent des pertes (courant de Foucault et hystérésis).
- Les fuites du flux magnétique sont représentés par une inductance de fuite.

On obtient donc le circuit suivant (figure 7.6).

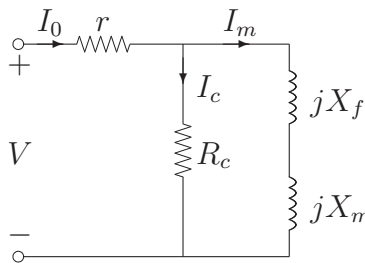


FIG. 7.6 – Modèle électrique d'une bobine.

Dans le modèle présenté ci-haut,

- $L_m$  est l'inductance magnétisante, qui représente le flux magnétique dans le noyau.
- $L_f$  représente l'inductance de fuite.
- $r$  est la résistance du fil de cuivre.

–  $R_c$  représente les pertes dans le noyau.

L'inductance propre de la bobine est égale à

$$L = L_m + L_f$$

Le courant  $I_m$  n'est pas sinusoïdal à cause de la caractéristique d'hystérésis du matériau magnétique. Mais pour simplifier les calculs, on va supposer que le comportement est linéaire, et donc le courant est sinusoïdal. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} I_m &= \frac{V}{r + jX} & \text{où } X &= X_m + X_f \\ I_c &= \frac{V}{R_c} \\ I_0 &= I_m + I_c \end{aligned}$$

**EXEMPLE 4**

On connecte une bobine à noyau de fer à une source de 120V / 60Hz. On mesure un courant de 1.2A. La puissance active absorbée par la bobine est 20W. La résistance de la bobine est  $1.25\Omega$ . Que sont les valeurs des éléments du circuit équivalent ?

Les pertes cuivre sont :

$$P_{Cu} = RI^2 = 1.25 \times 1.2^2 = 1.8 \text{ W}$$

Les pertes Fer sont :

$$P_{Fe} = P_t - P_{Cu} = 20 - 1.8 = 18.2 \text{ W}$$

La résistance  $R_c$  est approximativement :

$$R_c \approx \frac{(V - V_r)^2}{P_{Cu}} = \frac{(120 - 1.2 \times 1.25)^2}{18.2} = 771.5\Omega$$

Le courant magnétisant  $I_m$  est :

$$I_m = \sqrt{I_0^2 - I_c^2} = \sqrt{1.2^2 - \left(\frac{120 - 1.2 \times 1.25}{771.5}\right)^2} = 1.19 \text{ A}$$

La réactance X est :

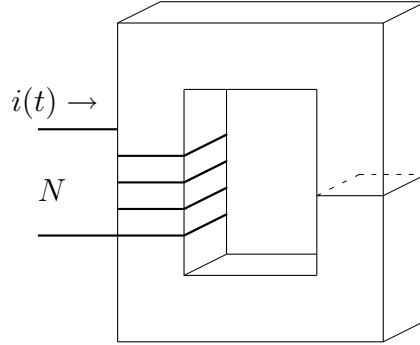
$$X = \frac{120 - 1.2 \times 1.25}{1.19} = 99.6\Omega$$

L'inductance de la bobine est :

$$L = \frac{X}{120\pi} = \frac{99.6}{120\pi} = 0.264 \text{ H}$$

### 7.4.2 Inductance bobinée sur un circuit magnétique réel

Soit une inductance bobinée sur un noyau magnétique ayant une courbe d'hystérésis.



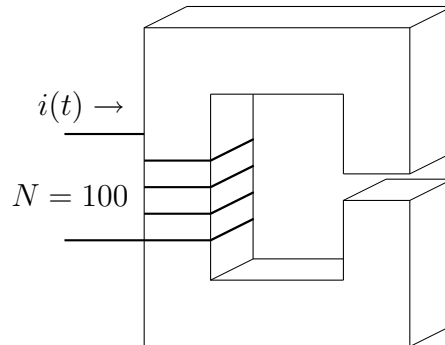
On sait que  $B = \mu H$ , où  $\mu$  est une fonction du courant ( $\mu = f(i)$ ). L'inductance de ce circuit est :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{N^2 A \mu}{l_m} = \frac{N^2 A}{l_m} f(i) = k f(i)$$

où  $A$  est la surface du noyau et  $l_m$  est la longueur moyenne du parcours. Dans ce cas, l'inductance est non-linéaire, puisqu'elle dépend du courant. La tension dans la bobine serait :

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{d\Lambda}{dt} = \frac{dLi}{dt} \\ &= L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \end{aligned}$$

Pour enlever (ou réduire) cette non-linéarité, on ajoute un entrefer.



Selon les équations précédentes, l'inductance sera constante si la réluctance est constante. Pour le circuit avec entrefer, la réluctance est :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_e = \frac{l_m}{\mu_m A} + \frac{l_e}{\mu_0 A_e} \quad (7.19)$$



où  $l_e$  est la longueur de l'entrefer. La perméabilité  $\mu_m$  est la composante non-linéaire.

On considère que l'inductance est linéaire si

$$10\Re_m < \Re_e \quad (7.20)$$

ou

$$\frac{10l_m}{\mu_m A} < \frac{l_e}{\mu_0 A_e} \quad (7.21)$$

On peut réduire cette expression si on suppose que  $A_e = A$ .

$$l_e > \frac{10l_m}{\mu_{r,m}} \quad (7.22)$$

Habituellement,

- $l_e < 5\%l_m$
- $l_m \cong l$

Alors la réductance est :

$$\Re_{eq} \approx \Re_e = \frac{l_e}{\mu_0 A} = \text{constante} \quad (7.23)$$

Donc l'inductance est :

$$L = \frac{N^2}{\Re_e} = \frac{N^2 \mu_0 A}{l_e} = \text{constante} \quad (7.24)$$

Et de même,

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad (7.25)$$

## 7.5 Dimensionnement d'une bobine monophasé

Lors du design d'une bobine, on néglige habituellement les pertes Cuivre ( $r = 0$ ) et la réactance de fuite ( $L_f = 0$ ).

Ainsi, le dimensionnement de la bobine implique plusieurs facteurs :

- Un choix judicieux de la configuration du circuit magnétique, du matériau ferromagnétique et de la valeur de l'induction magnétique.
- Calcul des dimensions du circuit magnétique incluant les entrefers.
- Calcul de la grandeur du fil et de son calibre.
- Calcul du nombre de spires ( $N$ ).

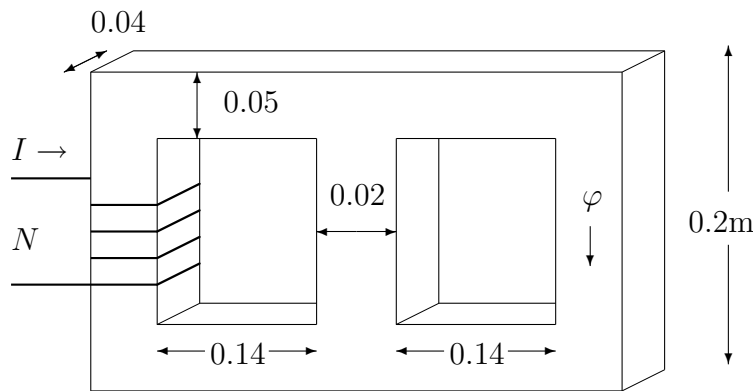
Il faut également considérer certaines contraintes :

- Les pertes et l'échauffement.
- Le volume, le poids, les dimensions.
- Le prix.

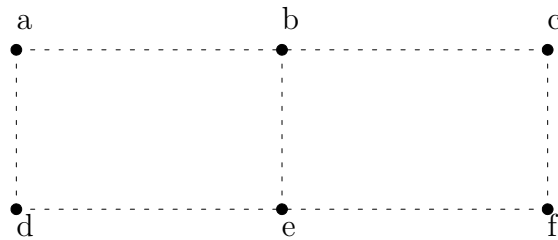
La dimension du fil de cuivre dépend de la valeur maximale du courant qui va circuler dans le fil. Plus le courant maximal sera élevé, plus le fil de cuivre devra avoir une section élevée. Le courant maximal pour un type de cuivre est habituellement spécifié en densité de courant  $J$ , en A/mm<sup>2</sup>.

**EXEMPLE 5**

Soit le circuit suivant, en acier au silicium. Calculer la force magnétomotrice ( $\mathfrak{F}$ ) nécessaire pour produire un flux ( $\varphi$ ) de 0.0014Wb dans la section droite du circuit. Toutes les mesures sont en mètres ; la section du circuit est 0.05m  $\times$  0.04m, sauf pour la partie centrale, qui est 0.02m  $\times$  0.04m.



On commence par calculer les sections et longueurs correspondantes.



Section  $b-a-d-e$

$$A_1 = 0.05 \times 0.04 = 0.002\text{m}^2$$

$$l_1 = (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50\text{m}$$

Section  $b-e$

$$A_2 = 0.02 \times 0.04 = 0.0008\text{m}^2$$

$$l_2 = 0.02 - 0.05 = 0.15\text{m}$$

Section *b-c-f-e*

$$A_3 = 0.05 \times 0.04 = 0.002 \text{ m}^2$$

$$l_3 = (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50 \text{ m}$$

Puisqu'on connaît le flux dans la section *b-c-f-e*, on peut calculer la densité de flux :

$$B_3 = \frac{\varphi_3}{A_3} = \frac{0.0014}{0.002} = 0.7 \text{ Wb/m}^2$$

Si on regarde dans le graphe p.89 du livre pour l'acier en silicium, on trouve que  $H_3 \approx 100$  At/m.

La chute de potentiel au point *b-e* doit être la même que dans la section *b-c-f-e* :

$$\varphi_2 \mathfrak{R}_2 = \varphi_3 \mathfrak{R}_3$$

ou plutôt (puisque la réluctance n'est pas linéaire) :

$$H_2 l_2 = H_3 l_3$$

On peut donc trouver le champ magnétique dans la section 2 :

$$H_2 = \frac{H_3 l_3}{l_2} = 326.67 \text{ At/m}$$

ce qui correspond à une densité de flux de  $B_2 \approx 1.18 \text{ T}$ . On peut maintenant trouver le flux dans la section 2,

$$\varphi_2 = B_2 A_2 = 0.00094 \text{ Wb}$$

Le flux dans la section 1 est la somme des flux des sections 2 et 3,

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_3 = 0.00234 \text{ Wb}$$

La densité de flux dans la section 1 est :

$$B_1 = \frac{\varphi_1}{A_1} = 1.17 \text{ T}$$

ce qui correspond à un champ magnétique de  $H \approx 290 \text{ At/m}$ .

La force magnétomotrice est donc :

$$\mathfrak{F} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 191.1 \text{ At}$$