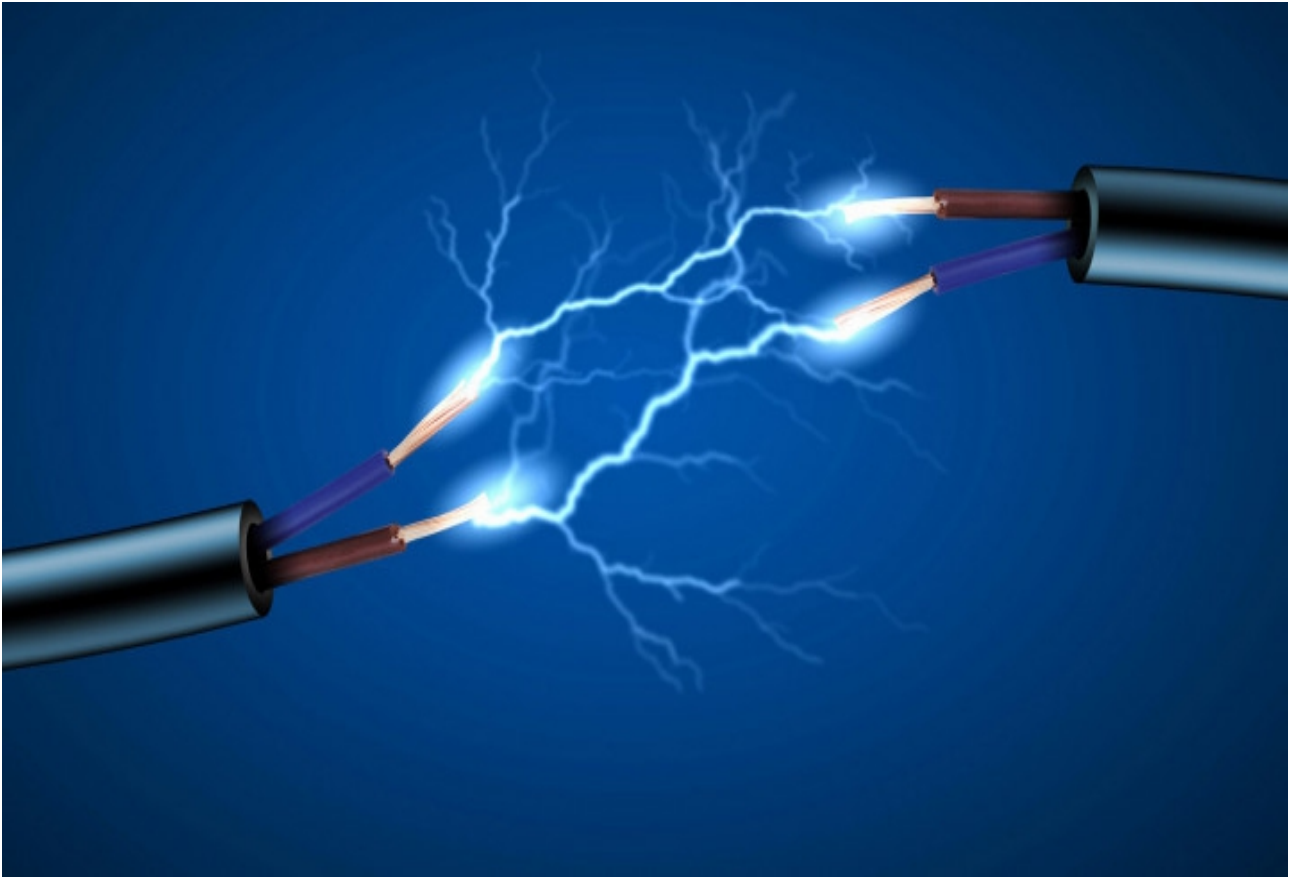


Mon site : <https://www.electromagnetisme.space>

Ma page : <https://www.facebook.com/electromagnetisme.space>

Mon tweeter : https://twitter.com/ben_schema



Sommaire

Partie 1 : Electricité Générale

Chapitre 1 : Introduction	6
1.1 <i>Rappels</i>	6
1.2 <i>Les lois de Kirchhoff</i>	6
1.2.1 <i>Lois des nœuds</i>	6
1.2.2 <i>Lois des mailles</i>	7
1.3 <i>Conventions</i>	7
Chapitre 2 : Régime continu	8
2.1 <i>Dipôles</i>	8
2.1.1 <i>Dipôles passifs</i>	8
2.1.2 <i>Dipôles actifs</i>	9
2.2 <i>Théorème de superpositions</i>	9
2.3 <i>Théorème de Thévenin</i>	10
2.4 <i>Théorème de Norton</i>	10
2.5 <i>Théorème de Millman</i>	11
2.6 <i>Théorème de Kennelly</i>	14
Chapitre 3 : Puissance et énergie électrique	14
3.1 <i>Définitions</i>	14
3.2 <i>Expression de la puissance et de l'énergie</i>	14
3.2.1 <i>Puissance active</i>	15
3.2.2 <i>Puissance apparente</i>	15
3.2.3 <i>Facteur de puissance</i>	15
3.2.4 <i>Puissance réactive</i>	15
Chapitre 4 : Régime sinusoïdal	16
4.1 <i>Déphasage</i>	16
4.2 <i>Représentation de Fresnel</i>	16
4.3 <i>Impédance</i>	17

4.4	Groupements d'impédances en sinusoïdal	17
4.4.1	Groupements en série	17
4.4.2	Groupements en parallèles	17
4.5	Modèles de Thévenin et Norton	18
4.6	Puissances	18
4.6.1	Puissance active	18
4.6.2	Puissance réactive	18
4.6.3	Puissance apparente	19
4.7	Notations complexes	19
4.8	Facteur de puissance	19
4.9	Relèvement du facteur de puissance	19

Partie 2 : Electrotechnique

Chapitre1 : Electromagnétisme	20
1.1 Grandeurs magnétiques	20
1.1.1 Le vecteur champ d'induction magnétique : \vec{B}	20
1.1.2 Le vecteur champ d'excitation magnétique : \vec{H}	21
1.2 Lois fondamentales du magnétisme	22
1.2.1 Vecteur normal \vec{n} - vecteur surface \vec{S}	22
1.2.2 Flux d'induction magnétique	23
1.2.3 Tube d'induction	23
1.2.4 Loi de Faraday	23
Les circuits magnétiques linéaires	24
1.3.1 Linéarisation	24
1.3.2 Circuit magnétique parfait	24
1.3.3 Conséquences : relations d'Hopkinson:	25
1.3.4 Analogie électrique:	26
1.4 Les circuits magnétiques en régime sinusoïdal : bobine à noyau de fer:	26

1.4.1	<i>Rappels sur la bobine sans noyau de fer en régime linéaire:</i>	27
1.4.2	<i>Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime linéaire:</i>	27
Chapitre2 : Transformateurs		29
2.1	<i>Transformateurs Monophasés</i>	29
2.1.1	<i>Présentation</i>	29
2.1.2	<i>Relations générales d'un transformateur parfait</i>	30
2.2	<i>Transformateur réel</i>	31
2.2.1	<i>Transformateur à vide</i>	31
2.2.2	<i>Transformateur en charge</i>	33
2.2.3	<i>Transformateur dans l'hypothèse de Kapp</i>	35
2.3	<i>Exploitations de mesures et essais</i>	37
2.3.1	<i>Détermination du modèle : essais</i>	39
2.3.2	<i>Rendement</i>	39
2.4	<i>Les différents types de transformateurs</i>	39
2.5	<i>Refroidissement des transformateurs</i>	40
2.6	<i>Transformateurs Triphasés</i>	41
2.6.1	<i>Constitution</i>	41
2.6.2	<i>Plaque signalétique</i>	41
2.6.3	<i>Couplages</i>	41
2.6.4	<i>Modélisation</i>	43
2.6.5	<i>Bilan des puissances</i>	44
2.7	<i>Essais</i>	44
2.7.1	<i>Essai à vide sous tension nominale</i>	44
2.7.2	<i>Essai en court circuit à courant nominal sous tension réduite</i>	44
2.7.3	<i>Diagramme de Kapp</i>	45
2.7.4	<i>Rendement</i>	45
Chapitre 3 : Machines à courant continu		46
3.1	<i>Présentation</i>	46

3.1.1	Généralités	46
3.1.2	Description	47
3.2	Principe de fonctionnement	48
3.3	Fonctionnement en génératrice	49
3.3.1	Fonctionnement à vide	49
3.3.2	Fonctionnement en charge (charge résistive)	50
3.3.3	Bilan des puissances	53
3.4	Fonctionnement en moteur	56
3.4.1	Fonctionnement en charge	56
3.4.2	Bilan des puissances	58
3.4.3	Les différents types des moteurs à courant continu	62
Chapitre 4 : Machine a courant alternatif		64
4.1	MACHINE SYNCHRONE	64
4.1.1	Principe de l'alternateur	64
4.1.2	La f.é.m. dans un alternateur	65
4.1.3	Modèle équivalent de l'alternateur	68
4.1.4	Bilan des puissances	71
4.2	MACHINE ASYNCHRONE	73
4.2.1	Principe moteur	73
4.2.2	Association entre le rotor et le stator	74
4.2.3	Mesure de la puissance absorbée	77
4.2.4	Le bilan des puissances	79
4.2.5	Essai à vide	83
4.2.6	Essai en charge	86

Chapitre 1 : Introduction

1.1 Rappels

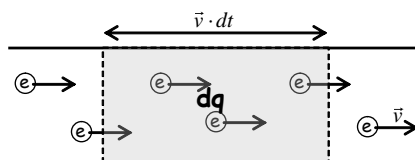
- Conducteur : partie du circuit
- Nœuds : connexion de plusieurs conducteurs
- Circuit : ensemble de conducteurs et de matériels alimentés à partir de la même origine et protégés contre les surintensités par le ou les mêmes dispositifs de protection.
- Masse : partie conductrice d'un matériel électrique susceptible d'être touchée par une personne, qui pas normalement sous tension mais peut le devenir en cas de défaut d'isolement des parties actives de ce matériel"
- Point froid ou potentiel de référence : potentiel par rapport auquel on va mesurer les diverses tensions du circuit.
- Terre : le décret du 14 novembre 1988 indique : " Masse conductrice de la terre, dont le potentiel électrique en chaque point est considéré comme égal à zéro.

Remarque : fréquemment les GBF qui alimentent les montages ont leur point froid relié à la masse elle-même reliée à la terre, d'où les confusions faites sur ces différents termes.

1.2 Les lois de Kirchhoff

1.2.1 Lois des nœuds

Un courant électrique est une circulation de porteurs de charges électriques (électrons ou ions) L'intensité du courant électrique est la grandeur qui quantifie le débit de charge en un point du circuit. $i = \frac{dq}{dt}$



La somme de toutes les intensités des courants entrant dans une portion de circuit est nulle.

$$\sum i_{\text{entrant}} = \sum i_{\text{sortant}}$$

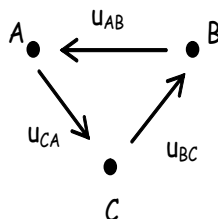
1.2.2 Lois des mailles

La somme des tensions effectuée en parcourant une maille est nulle.

$$v_A - v_A = 0$$

$$\Rightarrow v_A - v_B + v_B - v_C + v_C - v_A = 0$$

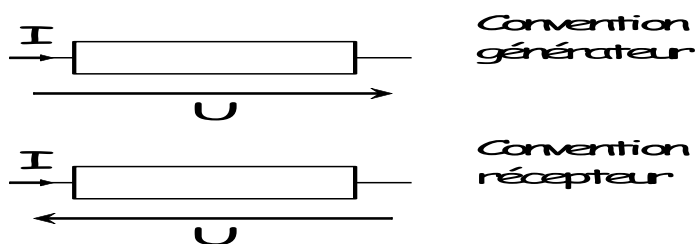
$$\Rightarrow u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$



1.3 Conventions

On flèche la tension à côté du dipôle et le courant sur le fil le parcourant avec :

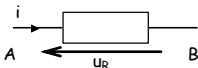
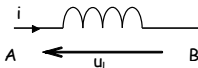
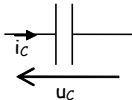
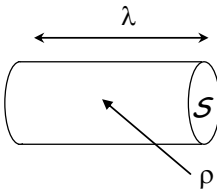

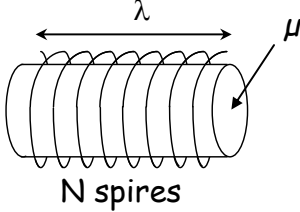
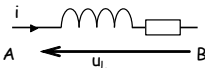
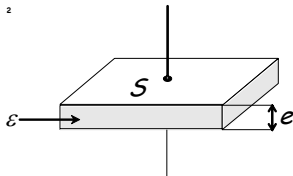
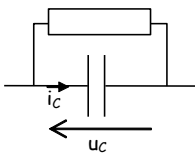
- la tension et le courant dans le même sens pour une convention générateur
- la tension et le courant dans le sens opposés pour une convention récepteur



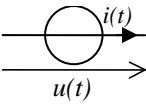
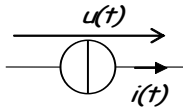
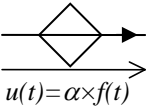
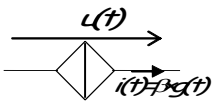
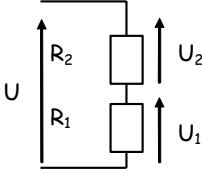
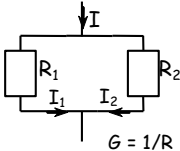
Chapitre 2 : Régime continu

2.1 Dipôles

2.1.1 Dipôles passifs

Dipôle	Résistance	Bobine	Condensateur
Schéma	<div></div> <p>Le courant suit la forme de la tension</p>	<div></div> <p>On n'observe jamais de discontinuité de courant aux bornes d'une bobine</p>	<div></div> <p>On n'observe jamais de discontinuité de tension aux bornes d'un condensateur</p>
Loi d'ohm	$u_R = R \times i$	$u_L = L \times \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du_c}{dt}$
A/série	$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n R_i$	$L_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n L_i$	$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$
A/parallèle	$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$	$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i$
Modèle plus réaliste	<p>La résistance d'un conducteur homogène non idéal de section s et de longueur ℓ est $R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}$</p> <div></div> <div></div>	$L = \mu \ell \frac{N^2 S}{\ell}$ <div></div> <div></div>	$C = \epsilon \frac{S}{e}$ <div></div> <div></div>

2.1.2 Dipôles actifs

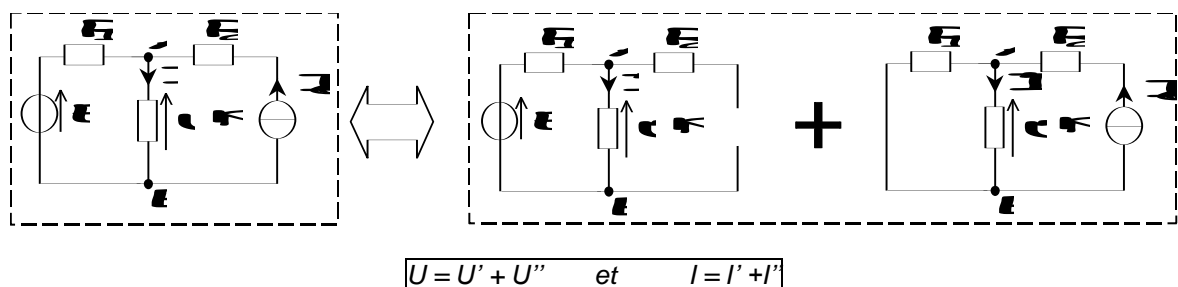
Source Parfaite	<p>de tension</p>  <p>la tension est imposée quel que soit i</p>	<p>de courant</p>  <p>le courant est imposé quel que soit u</p>
Source dépendante	<p>de tension</p>  <p>$u(t) = \alpha \times f(t)$</p>	<p>de courant</p>  <p>$i(t) = \beta \times g(t)$</p>
Diviseur	<p>De tension</p> $u_i = \frac{R_i \times U}{\sum_{i=1}^n R_i}$ 	<p>De courant</p> $i_i = \frac{G_i \times i}{\sum_{i=1}^n G_i}$ 

2.2 Théorème de superpositions

Puisque les circuits étudiés sont linéaires, ils en possèdent les propriétés. Le principal est la superposition qui peut se traduire de la manière suivante : la réponse globale d'un montage soumis à plusieurs stimuli est la somme des réponses partielles correspondant à chaque stimulus.

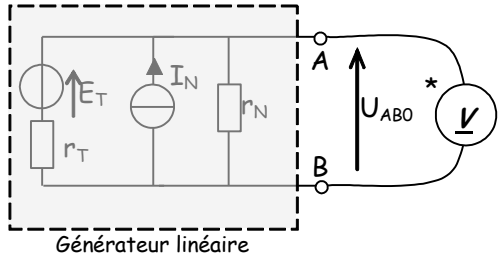
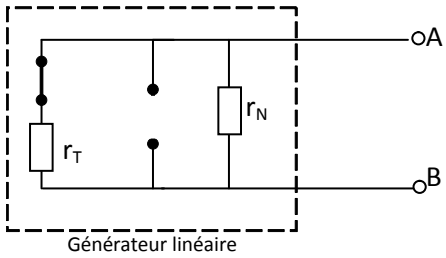
L'intensité du courant circulant dans une branche (resp. la tension de branche) d'un réseau contenant plusieurs branches est égale à la somme algébrique des intensités (resp. tensions) créées dans cette branche par chaque générateur supposé seul (les autres étant éteints).

Remarque : Il y a autant de cas à superposer que de générateurs intervenant dans le réseau.



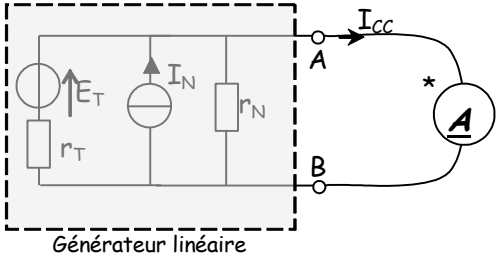
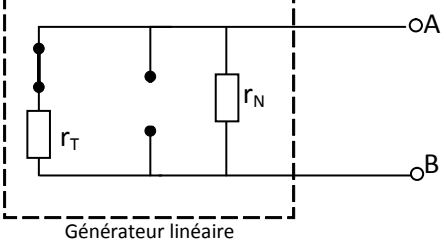
2.3 Théorème de Thévenin

Vu de ces deux points A et B, tout générateur (ou plus généralement réseau linéaire actif) peut être remplacé par un générateur décrit dans la méthode par:

<ul style="list-style-type: none"> la f.é.m. de ce générateur, égale à la tension à vide U_{AB0} calculée entre les deux points A et B : E_0 (parfois notée E_{TH} ou U_0 ou U_{AB0}). 	
<ul style="list-style-type: none"> la résistance interne r de ce générateur est égale à la résistance équivalente du réseau vue des points A et B calculée en réduisant les électromoteurs à leur seule résistance interne <p>En remplaçant les générateurs :</p> <p style="padding-left: 40px;">* de tension par un court circuit</p> <p style="padding-left: 40px;">* de courant par un circuit ouvert</p>	

2.4 Théorème de Norton

Toute portion de circuit comprise entre 2 bornes A et B et qui ne contient que des éléments linéaires peut être modélisée par un unique générateur équivalent de Thévenin ou de Norton.

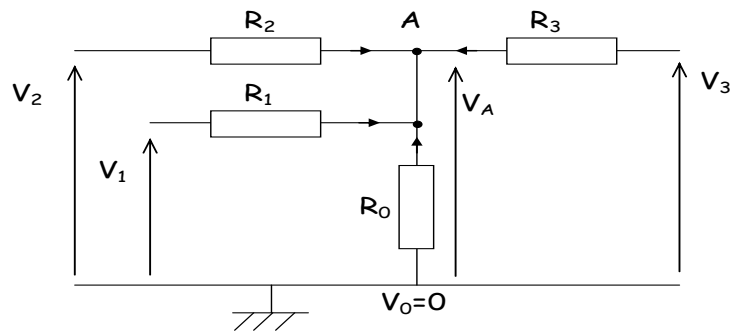
<ul style="list-style-type: none"> le générateur de Norton équivalent égal au courant de court circuit calculé entre les deux points A et B : I_{CC} (parfois notée I_0). 	
<ul style="list-style-type: none"> la résistance interne r de ce générateur est égale à la résistance équivalente du réseau vue des points A et B (même méthode que précédemment) 	

Conseils pour la recherche d'un modèle :

- Il faut dessiner un schéma pour le calcul de E_0 et un autre pour celui de z
- Pour le calcul de E_0 , la charge doit être débranchée (et supprimée du schéma) pour bien mettre en évidence la tension à vide
- Pour le calcul de I_{CC} , la charge doit être court-circuitée (et supprimée du schéma) pour bien mettre en évidence le courant de court circuit
- Pour le calcul de z , le schéma ne doit comporter aucune source de tension (remplacée par un court-circuit) et aucune source de courant (remplacée par un circuit ouvert)

2.5 Théorème de Millman

Si l'on cherche la tension dans un nœud d'un montage connaissant les tensions « avoisinantes », le méthode de Millman peut être rapide et efficace mais souffre parfois d'une certaine lourdeur et n'est donc à employer que pour des cas où les classiques lois nœuds, lois des mailles s'avèrent fastidieuses.



La méthode de Millman démontre que:

$$V_A = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

Ce qui donne dans ce cas particulier

$$V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

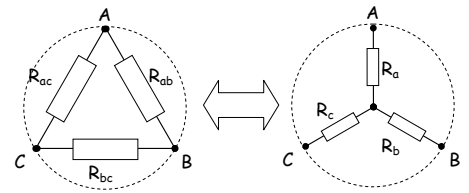
2.6 Théorème de Kennelly

Une maille triangulaire peut se transformer en étoile équivalente :

$$R_a = \frac{R_{ac} \cdot R_{ab}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_c = \frac{R_{ac} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$



Une maille en étoile peut se transformer en maille triangle équivalente :

$$R_{bc} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_a}$$

$$R_{ca} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_b}$$

$$R_{ab} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_c}$$

Chapitre 3 : Puissance et énergie électrique

3.1 Définitions

Un dipôle est traversé par un courant $i(t)$ et soumis à la tension $u(t)$ notés en convention récepteur.

3.2 Expression de la puissance et de l'énergie

- **Puissance** : La puissance électrique instantanée absorbée s'exprime par :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \text{ en Watt (W)}$$

- **Energie** : L'énergie dans le dipôle à l'instant t s'exprime par :

$$w(t) = \underbrace{w(0)}_{\text{énergie de départ}} + \int_0^t p(t) dt \text{ En Joules (J)}$$

Remarques

De par sa définition sous une forme intégrale, l'énergie est une fonction continue du temps.

Une puissance positive signifie que le dipôle « reçoit » de l'énergie car elle augmente (dérivée >0).

En respectant la convention de signe établie :

- L'élément est passif si $w(t)$ est positive ou nulle (dissipation énergétique),
- L'élément est actif sinon (l'énergie provient de sources internes au dipôle).

	Puissance	Energie
Résistance	$p(t) = u(t) \times i(t) = R \cdot i(t) \times i(t) = R \cdot i^2(t)$	$w(t) = R \int_0^t i^2 dt$
Condensateur	$p(t) = u(t) \times i(t) = u(t) \times C \cdot \frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{du^2(t)}{dt}$	$w(t) = \frac{1}{2} C (u_{final}^2 - u_{initial}^2)$
Inductance	$p(t) = u(t) \times i(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \times i(t) = \frac{1}{2} L \frac{di^2(t)}{dt}$	$w(t) = \frac{1}{2} L (i_{final}^2 - i_{initial}^2)$

Pour ces éléments, on remarque que l'énergie est toujours positive. Cette propriété est caractéristique des éléments passifs.

La résistance tient une place particulière car sa puissance est toujours positive, elle ne peut la restituer, on dit que c'est un élément dissipatif (c'est le phénomène irréversible appelé effet Joule).

La puissance dans le condensateur et l'inductance peut être positive ou négative : ces deux éléments peuvent emmagasiner et restituer de l'énergie. On dit que ces éléments sont réactifs (ils peuvent restituer l'énergie emmagasinée).

3.2.1 Puissance active

Les grandeurs $v(t)$ et $i(t)$ étant périodiques, on les caractérise toujours par leurs valeurs efficaces V et I .

3.2.2 Puissance apparente

On définit alors encore la puissance apparente comme la grandeur nommée S

$$S = V_{eff} \cdot I_{eff} \quad \text{en VA}$$

3.2.3 Facteur de puissance

Il apparaît ainsi toujours une notion de **facteur de puissance** qui s'écrit :

$$K = \frac{P}{S}$$

3.2.4 Puissance réactive

La puissance n'étant définie qu'en régime sinusoïdal, il faut considérer la décomposition en sinusoïdes dites "harmoniques" des grandeurs.

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin \varphi_n$$

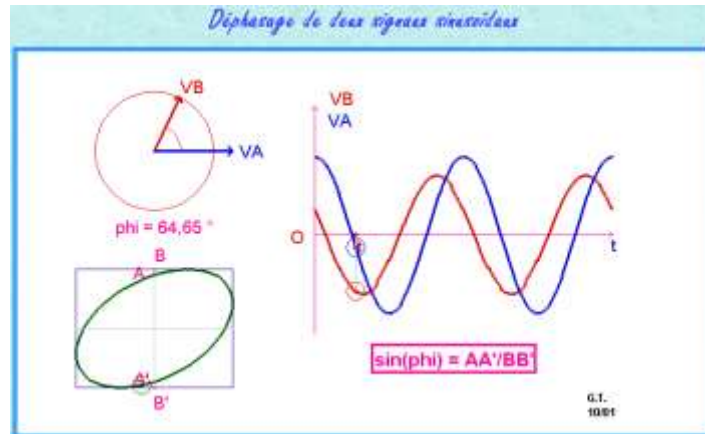
Si l'une des grandeurs (tension ou intensité) est sinusoïdale alors la puissance réactive n'est due qu'à la fréquence fondamentale (à la fréquence f) du courant ou de la tension:

$$Q = VI_1 \sin \varphi$$

Chapitre 4 : Régime sinusoïdal

4.1 Déphasage:

On appelle φ le déphasage de u tensions par rapport à i intensités $\varphi = \varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$.



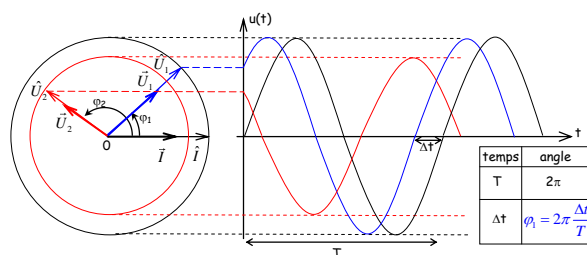
4.2 Représentation de Fresnel

$$v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u) \text{ et } i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$-V_{\max} = V\sqrt{2} = \hat{U} = \text{tension crête. (U tension efficace)} \text{ et } I_{\max} = I\sqrt{2} = \hat{I} = \text{intensité crête}$$

Avec $\omega = 2\pi f$ pulsation en rad.s^{-1} , $f = 1/T$ fréquence en Hertz (Hz), T période en seconde (s) et t temps en s. φ_u phase à l'origine; φ_i phase à l'origine

A $i(t)$ ou $u(t)$ on associe la représentation de Fresnel : $\vec{I} : [I; \varphi_i]$ et $\vec{V} = [V; \varphi_u]$ et le nombre complexe correspondant.



On représente donc chaque sinusoïde de pulsation ω rad/s par un vecteur de longueur égale à la valeur efficace et décalé par rapport à l'origine de φ rad

Loi des nœuds: $i = i_1 + i_2 + i_3$ donc $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$.

Loi des branches : $u = u_1 + u_2 + u_3$ donc $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3$.

Loi des mailles : Le long d'une maille la somme algébrique des tensions est nulle.


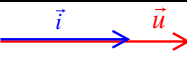

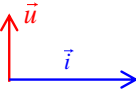

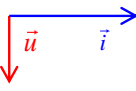
4.3 Impédance

On définit $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$ Pour un dipôle passif linéaire avec $\underline{Z} = [Z; \varphi] = \left[\frac{U}{I}; \varphi_u - \varphi_i \right]$

Z impédances en Ohm (Ω) ; I en A ; U en V ; φ_u et φ_i en rad.

➤ **Figures de Fresnel des dipôles simples:**

On trace les figures de FRESNEL correspondant à un résistor, une inductance pure et à un condensateur.

symbole	nom et unité	déphasage $\varphi_{u/i}$	impédance \underline{Z}	figure de Fresnel	Puissance P (W)	Puissance réactive Q (VAR)
	résistor de résistance R (Ω)	0	R		$RI^2 =$ $VI =$	0
	bobine parfaite d'inductance pure L en Henry (H)	$+\pi/2$ rad	$jL\omega$		0	$VI =$ $L\omega I^2 =$ $V^2 / L\omega$
	condensateur parfait de capacité C en Farad (F)	$-\pi/2$ rad	$1/(jC\omega)$		0	$-VI =$ $-C\omega V^2 =$

4.4 Groupements d'impédances en sinusoïdal:

4.4.1 Groupements en série :

L'impédance équivalente à plusieurs dipôles en série est donc :

$$\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$$

i est commun on prend le courant i comme origine des phases.

4.4.2 Groupements en parallèles:

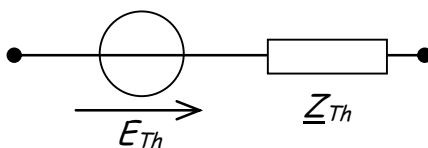
L'impédance équivalente à plusieurs dipôles en parallèles est donc

$$\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

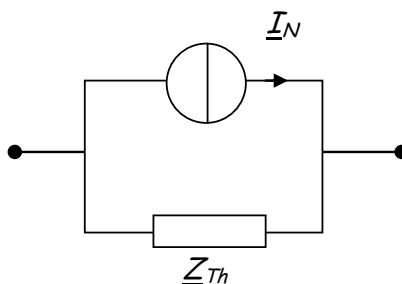
4.5 Modèles de Thévenin et Norton:

Les lois du diviseur de courant et du diviseur de tension ainsi que les théorèmes de Thévenin, Norton et Millman peuvent être utilisés en régime sinusoïdal à conditions d'utiliser les nombres complexes images des courants et des tensions ainsi que les impédances complexes.

Le modèle de Thévenin d'un ensemble de dipôles linéaires est constitué d'une source de tension sinusoïdale en série avec une impédance :



Le modèle de Norton d'un ensemble de dipôles linéaires est constitué d'une source de courant sinusoïdale en parallèle avec une impédance :



4.6 Puissances

4.6.1 Puissance active

La puissance active est la valeur moyenne de la puissance instantanée sur une période

$$P = \langle v(t) \cdot i(t) \rangle = VI \cos \varphi$$

Puissance active en Watt (W) et se mesure avec un wattmètre.

4.6.2 Puissance réactive

$$Q = VI \sin \varphi \text{ Puissance réactive en V.A.R.}$$

4.6.3 Puissance apparente

La puissance apparente est donnée par le produit des valeurs efficaces U , I de $u(t)$ et $i(t)$:

$$\boxed{S = VI}$$
 Puissance apparente en V.A. On trouve parfois la notation complexe.

4.7 Notations complexes

$$\boxed{\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^* = P + jQ}$$

Donc

$$\boxed{P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\}}$$

et

$$\boxed{Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\}}$$

4.8 Facteur de puissance

$$\boxed{f_p = \cos \varphi = P/S} \text{ ou } P = S \cos \varphi \text{ avec le triangle des puissances } \boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

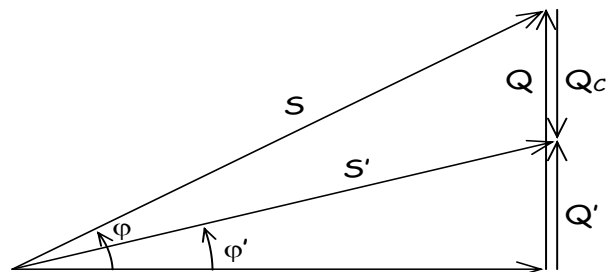
4.9 Relèvement du facteur de puissance

Un condensateur placé en parallèle sur une installation inductive remonte le facteur de puissance de celle-ci : $Q_C = -C\omega V^2$. Si l'on veut passer d'une installation ayant un déphasage φ à φ' .

Le condensateur doit amener la puissance réactive

$$-Q_C = Q - Q' = P \tan \varphi - P \tan \varphi' = C\omega V^2$$

$$\text{Donc } C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{V^2 \omega}$$



Chapitre 1 : Electromagnétisme

1.1 Grandeurs magnétiques

1.1.1 Le vecteur champ d'induction magnétique : \vec{B}

Définition

Le champ d'induction magnétique \vec{B} traduit l'effet du mouvement des charges électriques :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \wedge \vec{u}_{PM}}{r^2} \left\{ \begin{array}{l} \vec{v} \text{ vitesse de la charge } q \\ r \text{ distance de la charge au point d'expression de } \vec{B} \\ \mu_0 \text{ Perméabilité magnétique du vide } = 4\pi \cdot 10^{-7} \end{array} \right.$$

C'est une grandeur vectorielle dépendant de l'espace (position) et du temps. L'induction s'exprime en tesla (T). Si les charges parcourent un conducteur électrique, on écrit localement la loi de **Biot et Savart**.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell}_p \wedge \vec{u}_{PM}}{r_{PM}^2} \left\{ \begin{array}{l} d\vec{\ell}_p \text{ longueur de circuit portant la charge } q \\ r \text{ distance de } d\vec{\ell}_p \text{ au point d'expression de } d\vec{B} \text{ support du vecteur unitaire } \vec{u}_{PM} \end{array} \right.$$

La sommation de cette loi permet d'obtenir l'effet de toutes les charges en un point de l'espace. Si le vecteur champ d'induction est identique en tout point de l'espace, le **champ** est dit **uniforme**.

Dans les problèmes technologiques que nous rencontrerons, l'induction magnétique sera une grandeur connue. Elle ne sera pas à déterminer par les relations précédentes.

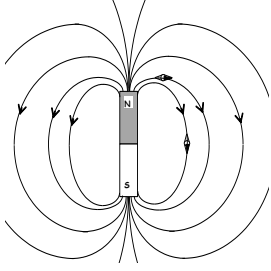
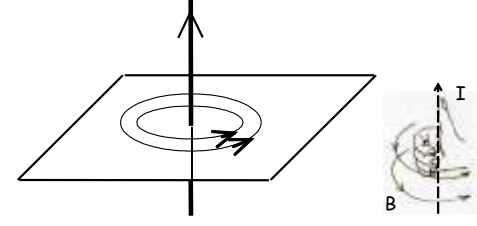
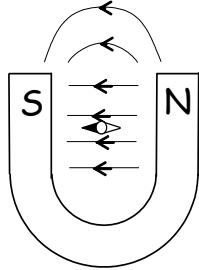
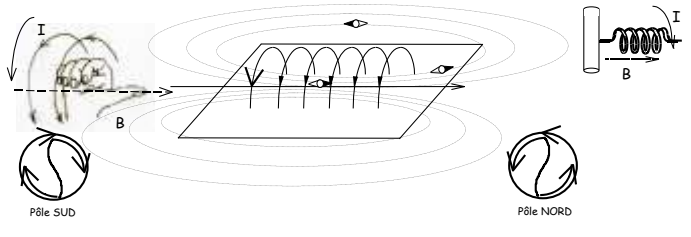
Ordres de grandeur

- 20 μT : Champ magnétique terrestre.
- quelques 10 mT : Aimants ordinaires.
- quelques 100 mT : Aimants de machines tournantes
- 1 T : Champ produit par les enroulements de machines tournantes, transformateurs.

Limites

- 40 T : Champ stationnaire produit par plasma, électro aimants supra conducteurs.
- 700 T : Champs impulsions de laboratoire.

Lignes de champ

	
<p style="text-align: center;">Aimant droit (du N vers S)</p>	<p style="text-align: center;">Fil parcouru par un courant : $\ \vec{B}\ = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$</p> <p style="text-align: center;">(règle de la main droite ou du tire bouchon)</p>
	
<p style="text-align: center;">Aimant en U (du N vers S)</p>	<p style="text-align: center;">Bobine parcourue par un courant : $\ \vec{B}\ = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$</p> <p style="text-align: center;">(règle de la main droite ou du tire bouchon)</p>

1.1.2 Le vecteur champ d'excitation magnétique : \vec{H}

Définition

Le vecteur H (exprimé en ampères par mètre (A/m)). caractérise le circuit électrique, source de champ magnétique. Il est indépendant du milieu où est placé le circuit électrique. Le vecteur B caractérise le champ magnétique. Il dépend de la source de champ magnétique mais aussi du milieu.

Les deux vecteurs sont reliés par la relation :

B est en Tesla

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ avec } \mu = \mu_0 \mu_r$$

H en A/m

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V.s.A}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

μ est relatif au matériau qui canalise B, il peut varier avec H ce qui rend souvent cette relation non-linéaire.

Théorème d'Ampère

La circulation du vecteur champ d'excitation magnétique \vec{H} le long d'un contour fermé (C) orienté par sa normale (règle du tire-bouchon) est la somme algébrique des courants traversant la surface s'appuyant sur le contour (C).

Le théorème d'ampère décrit la force magnéto motrice f.m.m. E d'un contour fermé

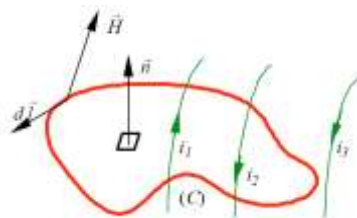
E en A. tr (Ampères Tours)

H en A/m

$d\vec{\ell}$ en m

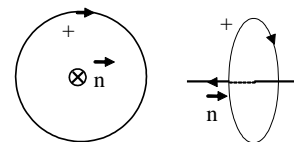
I en A

$$E \oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_j \alpha_j i_j \begin{cases} \alpha_j = 1 & \text{si } i_j \text{ dans le sens de } \vec{n} \\ \alpha_j = -1 & \text{si } i_j \text{ dans le sens inverse de } \vec{n} \end{cases}$$



Dans de nombreux cas le choix du contour simplifie le problème. En effet si le contour suit les lignes de champ alors \vec{H} et $d\vec{\ell}$ sont colinéaires donc

$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} \text{ Devient } \oint_{(C)} H \cdot d\ell$$



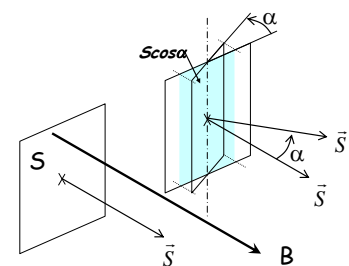
1.2 Lois fondamentales du magnétisme

1.2.1 Vecteur normal \vec{n} - vecteur surface \vec{S}

Ils sont définis pour une spire:

\vec{n} est un vecteur qui oriente la normale à la spire:

$\|\vec{n}\| = 1$. (Sans unité).



\vec{n} est orienté par la règle de la main droite en utilisant un sens de rotation positif arbitraire.

(pour simplifier on prend souvent le même sens que le courant i)

$\vec{S} = S \cdot \vec{n}$ $\|\vec{S}\| = \|S \cdot \vec{n}\| = S \cdot \|\vec{n}\| = S$ \vec{S} Est colinéaire à \vec{n} (même direction et même sens).

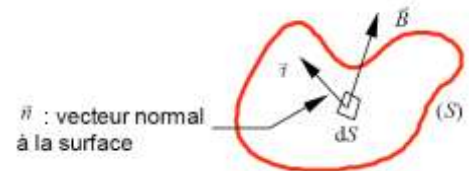
1.2.2 Flux d'induction magnétique

Le flux magnétique ϕ du champ magnétique \vec{B} à travers une spire orientée de surface S est égal au produit scalaire des vecteurs \vec{B} et \vec{S} :

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \|\vec{B}\| \cdot \|\vec{S}\| \cdot \cos(\vec{B}, \vec{S})$$

calculé pour une surface quelconque $\phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS$

ϕ en Weber (Wb); $\|\vec{B}\|$ en T et $\|\vec{S}\|$ en m².



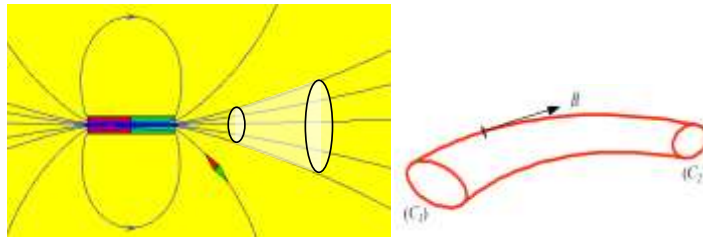
Si on considère un circuit comprenant N spires: $\phi_t = N \cdot \phi$

1.2.3 Tube d'induction

Un tube d'induction est l'ensemble des lignes d'induction s'appuyant sur deux contours fermés (C_1) et (C_2)

Le flux sortant d'un tube de champ est nul.

Ceci traduit une propriété essentielle du **flux**, à savoir qu'il est conservatif



1.2.4 Loi de Faraday:

Le phénomène liant la tension aux bornes d'une spire au flux la baignant est traduit :

- sur le plan qualitatif (expression de l'opposition) par la loi de Lenz : Le courant induit, par ses effets, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.
- sur le plan quantitatif par la loi de Faraday.

Une spire ouverte baignée par le flux $\phi(t)$ **variable** voit apparaître à ses bornes une

force électromotrice (fem) s'exprimant en convention générateur par :
$$e(t) = - \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Le sens de la fem induite ne dépend pas des conventions d'orientations choisies.

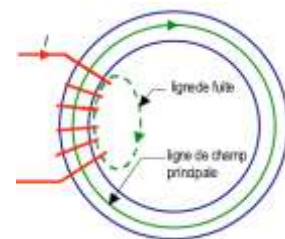
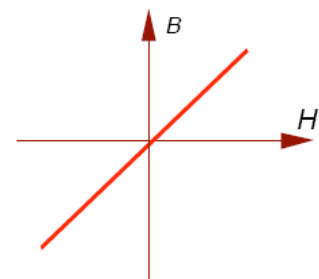
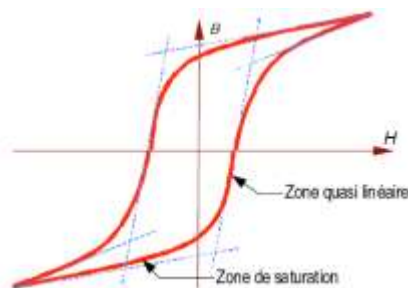
1.3 Les circuits magnétiques linéaires :

1.3.1 Linéarisation

La courbe d'aimantation traduit le comportement non linéaire des matériaux pour lesquels on observe le cycle d'hystérésis.

On peut effectuer des simplifications plus ou moins partielles qui conduisent chacune à leur modèle. Les simplifications sont classées en considérant les grandeurs conservées parmi B_r , H_c et B_{sat} . Dans la dernière modélisation, le matériau est B est totalement linéaire. On a alors : $B = \mu_0 \mu_r H$, où la perméabilité relative μ_r est constante. Si ce coefficient est très grand au point d'être considéré infini, on dit alors que le matériau est idéal.

Cette hypothèse considérant le matériau linéaire est la plus avancée.

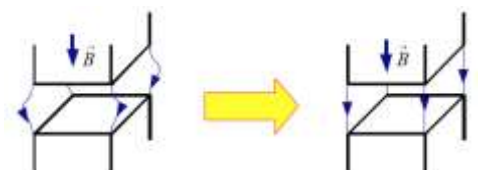


1.3.2 Circuit magnétique parfait

- **Pas de lignes de fuites** : Si tout le champ créé est uniquement destiné au circuit magnétique, on dit qu'il n'y a pas de fuites.
- **L'induction magnétique est uniforme**, constante et orthogonale à chaque section droite du circuit magnétique donc $\varphi = B \cdot S$
- **Au niveau de l'entrefer**, les lignes de champ se déforment. On suppose donc que **le champ reste dans prolongement de l'entrefer**, c'est à dire que la section de l'entrefer et du circuit magnétique sont les mêmes.

C'est une autre manière de considérer que les fuites sont nulles au niveau de l'entrefer.

- **Circuit linéarisé** : $B = \mu_0 \mu_r H$. avec μ constant



1.3.3 Conséquences : relations d'Hopkinson

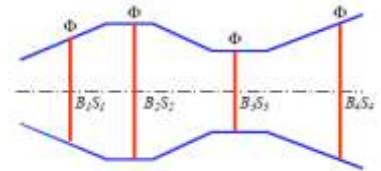
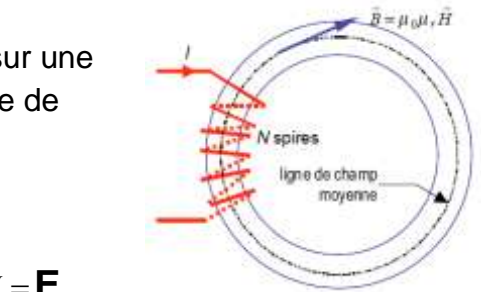
Dans le circuit magnétique \vec{B} est uniforme, constante sur une section droite du circuit magnétique et le long de la ligne de champ moyenne (ℓ).

Comme $\varphi = B \cdot S$.

Théorème d'Ampère (sur la ligne moyenne) : $H \cdot \ell = NI = \mathbf{E}$

On a alors : $H = \frac{B}{\mu} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\varphi}{S}$ d'où la relation $\mathbf{E} = H \cdot \ell = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\varphi}{S} \ell$

Il apparaît donc une relation linéaire entre la force magnétomotrice \mathbf{E} (fmm) et le flux φ , Ceux-ci étant liés par les paramètres physique du matériaux : μ , ℓ et S . On regroupe donc les paramètres physiques sous un seul terme de reluctance $\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu S}$

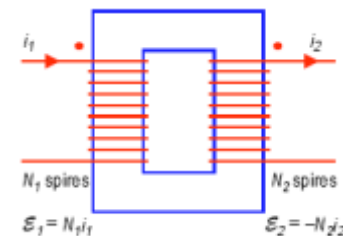


Comme le circuit ne présente pas de fuites de flux, on considère donc que le flux est conservatif.

Si plusieurs bobinages coexistent, il faut sommer les influences des fmm : $\mathbf{E} = \sum_k \alpha_k N_k i_k$

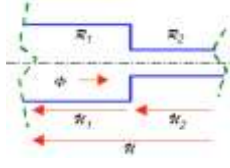
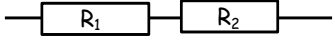
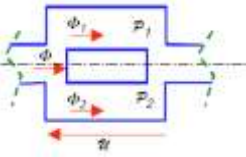
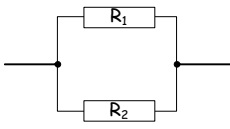
Le coefficient α_k traduit le sens de la fmm. Il est obtenu en appliquant la règle des points homologues :

Des courants entrants par les points homologues de différents bobinages placés sur un circuit magnétique créent des forces magnétomotrices qui s'ajoutent




On écrit donc la relation d'Hopkinson : $\sum_k \alpha_k N_k i_k = \left(\sum_i \mathfrak{R}_i \right) \cdot \varphi$

1.3.4 Analogie électrique

Grandeurs magnétiques		Grandeurs électriques	
Force magnétomotrice : $\mathbf{E=Ni}$ en A ou A.tr		Force électromotrice : E en Volts (V)	
flux d'induction : φ en Webers (Wb)		Courant électrique : i en Ampères (A)	
Réluctance : $\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu S}$		Résistance : $R = \rho \frac{\ell}{S}$	
ddp magnétique : $\mathbf{U=\mathfrak{R}\phi}$		ddp électrique : $U = R I$	
maille magnétique $\sum_{maille} \mathbf{U_m=0}$		Maille électrique : $\sum_{maille} \mathbf{U_m=0}$	
nœud magnétique $\sum_{noeud} \mathbf{\phi_m=0}$		nœud électrique : $\sum_{noeud} \mathbf{I_n=0}$	
Association série $\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$		Association série $R_{eq} = R_1 + R_2$	
Association parallèle : $\frac{1}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}$		Association parallèle : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	

1.4 Les circuits magnétiques en régime sinusoïdal : bobine à noyau de fer

Les circuits magnétiques ont été jusqu'à maintenant étudiés dans le cadre de l'approximation linéaire d'Hopkinson : les circuits magnétiques sont parfaits, c'est à dire linéaires (μr constant) et exempts de fuites magnétiques (tout le flux créé par les enroulements apparaît dans le circuit magnétique).

Dans les applications industrielles, **l'approximation linéaire n'est plus de mise** car l'exploitation des matériaux ne se cantonne pas aux inductions faibles, là où la linéarité est garantie.  L'exploration des zones saturées permet de décrire plus justement les phénomènes observés.

1.4.1 Rappels sur la bobine sans noyau de fer en régime linéaire

Relations:

Dans une bobine sans noyau de fer la tension à ses bornes est la somme des tensions induites sur chacune des spires : $u(t) = N \frac{d\varphi}{dt}$.

L'écriture de la loi d'Hopkinson dans une bobine sans noyau donne $\Re \varphi = Ni$

Avec $\Re = \frac{\ell}{\mu_0 S}$

Donc

$$u(t) = \underbrace{\frac{N^2}{\Re}}_L \frac{di}{dt} \text{ soit } u(t) = \underbrace{\frac{N^2 \mu_0 S}{\ell}}_L \frac{di}{dt} \text{ où l'on retrouve le coefficient de proportionnalité}$$

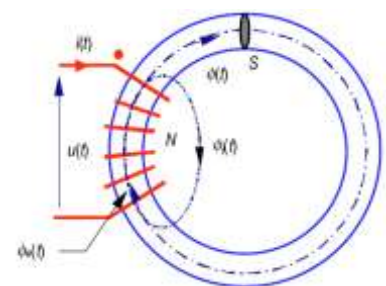
$L = \frac{N^2 \mu_0 S}{\ell}$ inductance de la bobine en Henry (H) Ce coefficient reste constant car la perméabilité μ_0 ne change pas.

De même cette proportionnalité est retrouvée entre le flux dans une spire et le courant qui la traverse :

On retrouve $\phi = N\varphi = Li$ où ϕ est le flux vu par l'ensemble des spires et L l'inductance vue précédemment.

1.4.2 Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime linéaire

Toutes les lignes de champ créées par l'enroulement n'apparaissent pas dans le circuit magnétique. Pour des raisons essentiellement de fabrication, certaines d'entre-elles se rebouclent dans l'air proche des spires. On distingue le flux dans le matériau $\varphi(t)$ du flux de fuite s'en échappant $\varphi_f(t)$ ainsi le flux embrassé par l'enroulement s'écrit : $\varphi_e(t) = \varphi(t) + \varphi_f(t)$ et par la loi de



Faraday la tension est $u(t) = N \frac{d\varphi_e(t)}{dt} = N \frac{d\varphi(t)}{dt} + N \frac{d\varphi_f(t)}{dt}$ et comme la loi

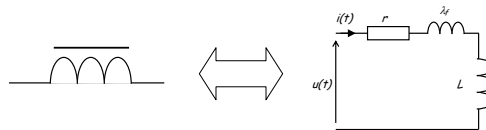
d'Hopkinson nous donne $Ni = \Re \cdot \varphi$ si on pose $L = \frac{N^2}{\Re}$ alors : $u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + \ell_f \frac{di(t)}{dt}$

(avec $\ell_f = \frac{N^2}{\Re_{air}}$ mais pour laquelle \Re_{air} n'est pas physiquement défini car il ne correspond pas à un parcours précis)

Et comme $\varphi = \frac{Ni}{\Re} = \frac{L}{N}i$ alors $\boxed{\phi = N\varphi = Li}$

On peut rajouter le caractère résistif du fil ainsi les 3 paramètres suivants caractérisent la bobine :

- Résistance : $r = \rho \frac{\ell}{s}$
 - Coefficient d'auto induction : $L = \frac{N^2}{\Re}$
- } ainsi
- $$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + \ell_f \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$$
- Inductances de fuites : ℓ_f



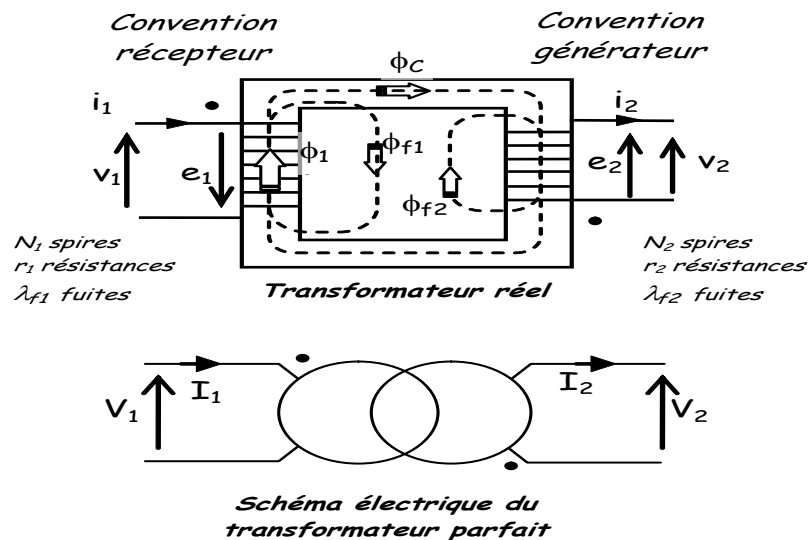
Chapitre 2 : Transformateurs

2.1 Transformateurs Monophasés

2.1.1 Présentation

Notations : On notera d'un indice

- 1 le primaire
- 2 le secondaire
- v ou 0 les grandeurs à vide
- n les grandeurs nominales
- cc les grandeurs en court-circuit

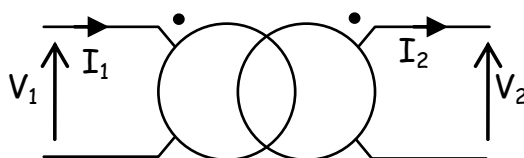


Le primaire est en convention récepteur alors que le secondaire est en convention générateur. Les bornes homologues sont telles qu'un courant entrant par celles-ci crée un flux orienté dans le même sens. Les tensions vues sur ces points sont de même polarité.

Remarque :

Il n'y a pas de lien entre la convention choisie et les bornes homologues. Ceci fait que suivant les auteurs les orientations des vecteurs et tensions peuvent différer.

Si l'orientation des tensions en fonction des bornes homologues est la suivante les relations marquées d'un seront de signe opposé



Principe :

Le transformateur est constitué de deux bobines couplées par un noyau de fer conduisant le flux créé par l'une jusqu'au secondaire. Les tensions induites sont proportionnelles aux nombres de spires.

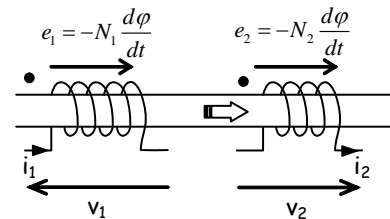
2.1.2 Relations générales d'un transformateur parfait:

Si on fait rentrer un courant par les bornes homologues, il apparaît une fém e telle que la bobine se comporte comme un générateur.

Toutes les pertes sont négligées : le flux traverse donc les deux bobines ainsi :

$$v_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \text{ et } v_2 = e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{N_2}{N_1}$$

donc $V_2 = -mV_1$



➤ rapport de transformation :

$m = \frac{V_{20}}{V_{1N}} = \frac{N_2}{N_1}$ avec V_{20} et V_{1N} tensions efficaces au primaire et au secondaire et N_1 et N_2 nombres de spires au primaire et au secondaire.

➤ Relation de Boucherot :

Si on suppose que le champ est sinusoïdal alors $b(t) = \hat{B} \sin \omega t$

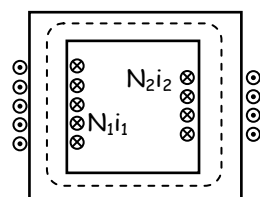
$$\text{Donc } v_1 = N_1 \frac{d(S\hat{B} \sin \omega t)}{dt} = N_1 \underbrace{\omega S \hat{B}}_{\frac{2\pi f}{V_1 \sqrt{2}}} \cos \omega t \text{ soit}$$

$$V_1 = \underbrace{2\pi/\sqrt{2}}_{4,44} N_1 f \hat{B} S \text{ et } \boxed{V_2 = 4,44 N_2 f \hat{B} S} \text{ avec } \begin{cases} f : \text{fréquence (Hz)}; \\ B_{\max} : \text{valeur maximale du champ magnétique (T)} \\ S : \text{section du circuit magnétique (m}^2\text{)} \end{cases}$$

➤ Relation sur les courants :

Si on applique le théorème de Gauss sur le contour parcouru par le flux ϕ_C alors :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathcal{R} \phi \approx 0 \text{ si on considère la perméabilité du}$$



matériau très grande $\left(\Re = \frac{\ell}{\mu S} \right)$ donc $\frac{N_2}{N_1} = -\frac{i_1}{i_2}$ donc $I_1 = -m I_2$.

On a donc avec les conventions choisies $m = \frac{V_{20}}{V_{1N}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_{1N}}{I_{2N}}$

➤ **Le bilan des puissances est simple :**

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2; \quad \text{et} \quad \varphi_1 = \varphi_2$$

$$Q_1 = Q_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 \quad \text{et} \quad S_1 = V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2 = S_2.$$

2.2 Transformateur réel

2.2.1 Transformateur à vide :

Equations et schéma équivalent :

Le transformateur se comporte comme une bobine à noyau de fer :

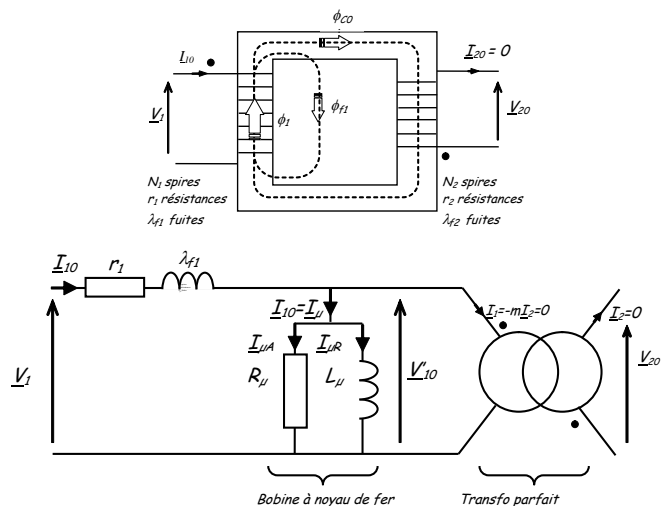
L'équation des flux donne :

$$\phi_{10} = \phi_{C0} + \phi_{f1}$$

$$v_1 = r_1 i_{10} + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = r_1 i_{10} + N_1 \frac{d(\phi_{f1} + \phi_{C0})}{dt}$$

$$v_1 = r_1 i_{10} + N_1 \frac{d\left(\frac{N_1 i_{10}}{\Re_{air}}\right)}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{C0}}{dt}$$

$$v_1 = r_1 i_{10} + \ell_{f1} \frac{di_{10}}{dt} + N_1 \underbrace{\frac{d\phi_{C0}}{dt}}_{V'_{10}}$$

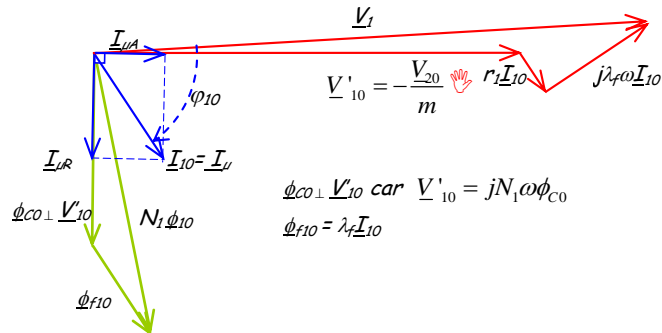


Si l'on considère le courant sinusoïdal ce qui n'est en toute rigueur pas le cas on peut passer aux grandeurs complexes.

$$\underline{V}_1 = r_1 \underline{I}_{10} + j\ell_{f1} \omega \underline{I}_{10} + jN_1 \omega \underline{\phi}_{C0} \quad \text{avec} \quad \underline{V}'_{10} = jN_1 \omega \underline{\phi}_{C0} \quad \text{et} \quad \underline{V}_2 = -jN_2 \omega \underline{\phi}_{C0}$$

- r_1 est la résistance interne de la bobine primaire
- ℓ_{f1} est l'inductance de fuite primaire
- L_μ est l'inductance magnétisante
- R_F représente les pertes fer

Représentation de Fresnel :



Bilan de puissances :

A vide le transformateur absorbe

$$P_{10} = r_1 I_{10}^2 + \frac{V_{10}^2}{R_\mu} \text{ avec } \begin{cases} r_1 I_{10}^2 : \text{pertes Joules de l'enroulement primaire} \\ \frac{V_{10}^2}{R_\mu} = R_\mu I_{\mu A}^2 : \text{pertes fer du circuit magnétique} \end{cases}$$

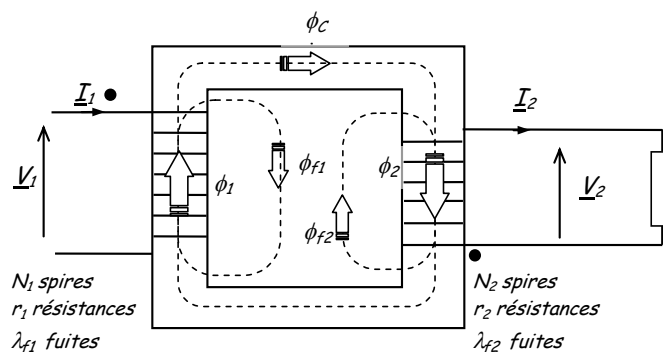
$$P_{10} = V_1 I_{10} \cos \varphi_{10} .$$

$$Q_{10} = \ell_{f1} \omega I_{10}^2 + \frac{V_{10}^2}{L_\mu \omega} \text{ avec } \begin{cases} \ell_{f1} \omega I_{10}^2 : \text{puissance réactive de fuite dans l'enroulement primaire} \\ \frac{V_{10}^2}{L_\mu \omega} = L_\mu \omega I_{\mu R}^2 : \text{puissance magnétisante du circuit magnétique} \end{cases}$$

$$Q_{10} = V_1 I_{10} \sin \varphi_{10} .$$

2.2.2 Transformateur en charge

Equations et schéma équivalent :



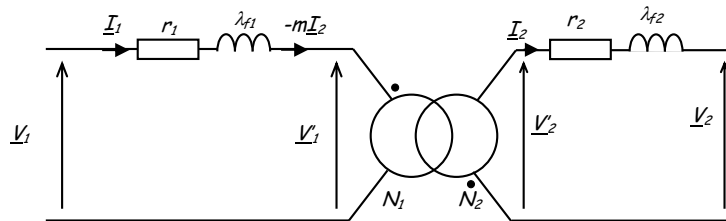
	Primaire	Secondaire
Flux	$\underline{\phi}_1 = \underline{\phi}_{f1} + \underline{\phi}_C$	$\underline{\phi}_2 = \underline{\phi}_{f2} + \underline{\phi}_C$
Tensions	En convention récepteur $v_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$ $v_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{f1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_C}{dt}$	En convention générateur $v_2 = -r_2 i_2 - N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$ $v_2 = -r_2 i_2 - N_2 \frac{d\phi_{f2}}{dt} - N_2 \frac{d\phi_C}{dt}$
Gauss	$\phi_{f1} = \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}_{air}}$ et $\phi_C = \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}_{fer}}$	$\phi_{f2} = \frac{N_2 i_2}{\mathfrak{R}_{air}}$ et $\phi_C = \frac{N_2 i_2}{\mathfrak{R}_{fer}}$
Tensions	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $v_1 = r_1 i_1 + \ell_{f1} \frac{di_1}{dt} + \underbrace{N_1 \frac{d\phi_C}{dt}}_{V'_1}$ </div> <p>avec $V'_1 = N_1 \frac{d\phi_C}{dt} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{fer}} \frac{di_1}{dt}$ L_{pure}</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $v_2 = -r_2 i_2 - \ell_{f2} \frac{di_2}{dt} - \underbrace{N_2 \frac{d\phi_C}{dt}}_{V'_2}$ </div> <p>avec $V'_2 = -N_2 \frac{d\phi_C}{dt} = -\frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_{fer}} \frac{di_2}{dt}$ L_{pure}</p>
Schéma		

On s'aperçoit alors que le rapport de transformation $m = -\frac{V'_2}{V'_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Un bilan plus précis des ampères tours $N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathfrak{R} \varphi$. Si l'on ne néglige pas la force magnétomotrice $\mathfrak{R} \varphi$ alors on peut identifier cette perte d'ampère tours à un courant magnétisant que l'on trouve d'ailleurs à vide (le courant secondaire étant nul) : $N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_\mu$ soit en complexe $N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_\mu$ donc $\underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 + \underline{I}_\mu$

- Comme la tension primaire est $\underline{V}_1 = \underline{V}'_1 + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1$ alors le rapport des tensions à vide : $\frac{V_{20}}{V_1} = \frac{V_{20}}{V'_1 + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)I_{10}} \approx \frac{V_{20}}{V'_1} = -m$

- L'approximation ainsi faite revient à considérer le schéma équivalent suivant



On remarque que l'on peut toujours introduire les pertes fer par la présence du courant I_μ courant absorbé à vide par le transformateur

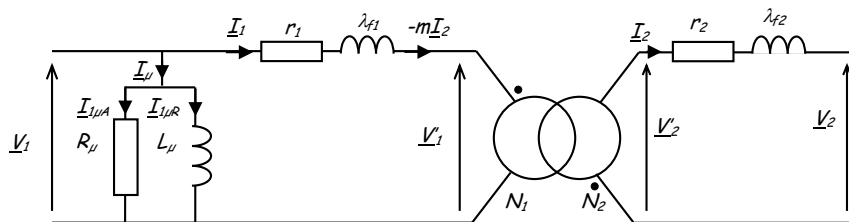


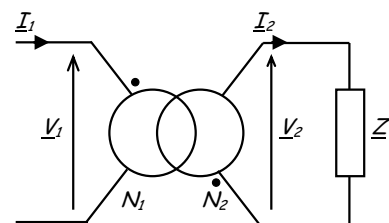
Schéma équivalent :

Impédance ramenée au primaire : adaptation d'impédance

Si l'on considère un transformateur parfait

$$\underline{V}_2 = -m \cdot \underline{V}'_1 \text{ et } -m\underline{I}_2 = \underline{I}_1$$

$$\text{Or } \underline{V}_2 = \underline{Z} \cdot \underline{I}_2 \text{ donc } \underline{V}'_1 = \frac{\underline{Z}}{m^2} \cdot \underline{I}_1.$$



Tout se passe comme si $\underline{Z}' = \frac{\underline{Z}}{m^2}$ était branché directement aux bornes du primaire

Le transformateur joue alors le rôle d'adaptateur d'impédance.

➤ Schéma équivalent ramené au secondaire

Pour ramener les impédances r_1 et ℓ_{f1} au secondaire il suffit d'exprimer \underline{U}_2 qu'en

$$\text{fonction des grandeurs du secondaire : } m = -\frac{V'_2}{V'_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$\underline{V}_2 = \underline{V}'_2 - (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2$$

$-m\underline{V}'_1$

$$\underline{V}_2 = -m\underline{V}'_1 - (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2 \quad \text{avec} \quad \underline{V}'_1 = \underline{V}_1 - (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1$$

$$\text{En remplaçant } \underline{V}_2 = -m \left(\underline{V}_1 - (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1 \right) - (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2$$

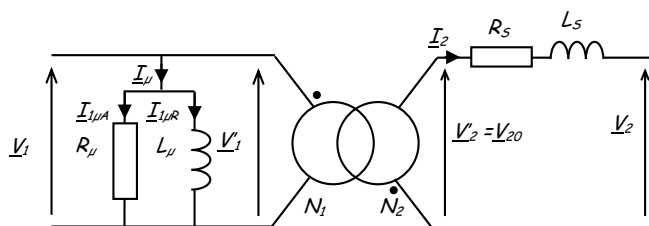
$$\text{En développant } \underline{V}_2 = -m\underline{V}_1 - m^2(r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1 - (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2$$

\underline{V}_{20}

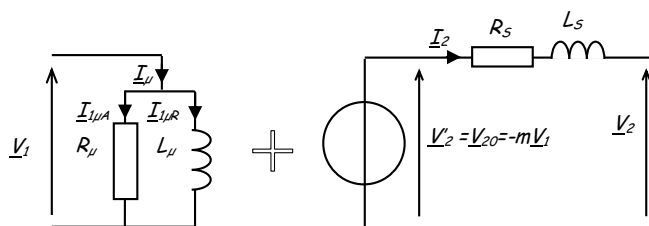
$$\text{En regroupant les termes } \underline{V}_2 = \underline{V}_{20} - \left[\underbrace{(m^2 r_1 + r_2)}_{R_2} + j \underbrace{(m^2 \ell_{f1} + \ell_{f2})}_{L_2} \omega \right] \underline{I}_2 \quad \text{Cela fait}$$

apparaître deux impédances :

$$\boxed{R_s = m^2 r_1 + r_2} \quad \text{et} \quad \boxed{L_s = m^2 \ell_{f1} + \ell_{f2}}$$



Ou



➤ Schéma équivalent ramené au primaire

Pour ramener les impédances r_2 et ℓ_{f2} au primaire il suffit d'exprimer V_1 qu'en

$$\text{fonction des grandeurs du primaire : } m = -\frac{\underline{V}'_2}{\underline{V}'_1} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}$$

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_1 + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1$$

$-\underline{V}'_2/m$

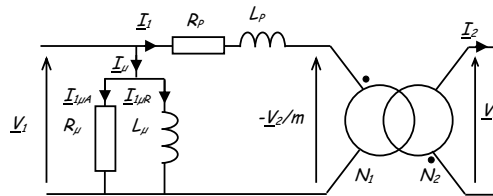
$$\underline{V}_1 = -\frac{\underline{V}'_2}{m} + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1 \quad \text{avec} \quad \underline{V}'_2 = \underline{V}_2 + (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2$$

$$\text{En remplaçant } \underline{V}_1 = -\frac{1}{m} \left(\underline{V}_2 + (r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_2 \right) + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1$$

$$\text{En développant } \underline{V}_1 = -\frac{1}{m}\underline{V}_2 + \frac{1}{m^2}(r_2 + j\ell_{f2}\omega)\underline{I}_1 + (r_1 + j\ell_{f1}\omega)\underline{I}_1$$

$$\text{En regroupant les termes } \underline{V}_1 = -\frac{\underline{V}_2}{m} + \left[\underbrace{\left(\frac{r_2}{m^2} + r_1 \right)}_{R_1} + j \underbrace{\left(\frac{\ell_{f2}}{m^2} + \ell_{f1} \right)}_{L_1} \omega \right] \underline{I}_1 \quad \text{Cela fait}$$

$$\text{Apparaître deux impédances : } \boxed{R_P = \frac{r_2}{m^2} + r_1} \text{ et } \boxed{L_P = \frac{\ell_{f2}}{m^2} + \ell_{f1}}$$

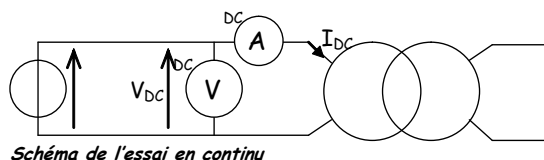


2.3 Exploitations de mesures et essais

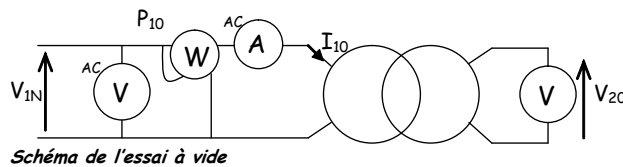
2.3.1 Détermination du modèle : essais

Essai en continu détermination des résistances des bobinages

Un essai en continu où le bobinage primaire ou secondaire est parcouru par le courant nominal permet de déterminer par la méthode voltampère métrique la résistance des bobinages.



Essai à vide sous tension nominale

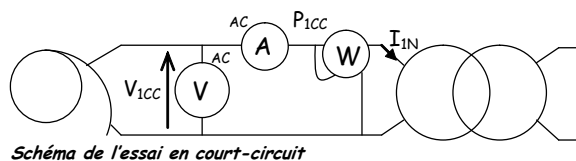


On en déduit $m \approx \frac{V_{20}}{V_1}$

Les pertes fer $P_{fer} = P_{10} - P_{j10}$ et donc R_μ car $P_{fer} \approx \frac{V_1^2}{K_{app} R_\mu}$.

De même $Q_{10} = \sqrt{S_{10}^2 - P_{10}^2} = \sqrt{(V_1 I_{10})^2 - P_{10}^2} = \ell_{f1} \omega I_{10}^2 + \frac{V_1'^2}{L_\mu \omega} \approx \frac{V_1^2}{L_\mu \omega} \approx Q_{10}$ soit L_μ

Essai en court circuit à courant nominal sous tension réduite



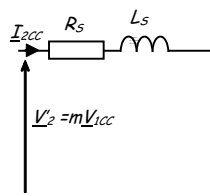
Les pertes Joule permettent de déterminer R_2

$$P_{1CC} = r_1 I_{1CC}^2 + r_2 I_{2CC}^2 + P_{ferCC} \approx r_1 I_{1n}^2 + r_2 I_{2n}^2 = P_{Jn} = R_S I_{2n}^2$$

$\propto U_{1CC}^2 \Rightarrow \approx 0$

Donc $R_S \approx \frac{P_{1CC}}{I_{2CC}^2}$ Et comme le modèle ramené au secondaire donne

On en déduit aisément $Z_S = \frac{m V_{1CC}}{I_{2CC}}$ donc $X_S = L_S \omega = \sqrt{\left(\frac{m V_{1CC}}{I_{2CC}}\right)^2 - R_S^2} = \frac{Q_{1CC}}{I_{2CC}^2}$



2.3.2 Rendement

Le rendement est déterminé soit :

- par la méthode des pertes séparées : essai à vide et en court circuit.

- par la méthode directe par un essai en charge.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_j + P_{fer}}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_s I_2^2 + P_{fer}} = \frac{V_2 \cos \varphi_2}{V_2 \cos \varphi_2 + R_s \times I_2 + \frac{P_{fer}}{I_2}}$$

Cette fonction admet un maximum lorsque $P_{fer} = P_{joules} = R_s I_2^2$

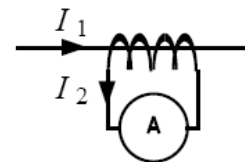
2.4 Les différents types de transformateurs

Transformateur de mesure :

Transformateur utilisé pour adapter la gamme et assurer l'isolation par rapport au dispositif mesuré d'un voltmètre ou d'un ampèremètre.

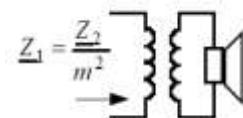
Transformateur de courant :

Transformateur de mesure abaisseur de courant (donc élévateur de tension), soit : $m > 1$. On l'utilise notamment pour mesurer l'intensité d'un courant fort. Le primaire peut alors se réduire à une seule spire ! Ce type de transformateur s'utilise avec secondaire en court-circuit (dans le cas contraire, la tension apparaissant au secondaire pourrait être très élevée).



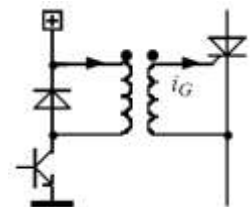
Transformateur d'impédance :

Transformateur utilisé pour adapter l'impédance de deux circuits. Exemples : en audio, sortie d'un ampli BF dont la charge est un haut-parleur d'impédance normalisée (8Ω à 1000Hz) ; en réseaux, adaptation d'impédance entre lignes de normes différentes.



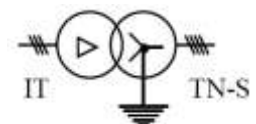
Transformateur d'impulsions :

Transformateur utilisé pour la commande (isolée) de gâchette des thyristors et des triacs. Il est important de respecter le sens de branchement des bobinages, puisque l'impulsion de courant que le transformateur transmet est orientée dans le sens de conduction des semi-conducteurs.



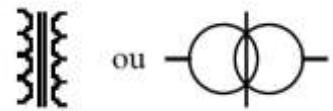
Transformateur d'isolement :

Transformateur tel que $m = 1$. Utilisé pour assurer une isolation galvanique entre circuits, ou encore adapter le régime de neutre (schéma de mise à la terre) aux besoins de l'installation.



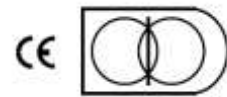
Transformateur à écran :

Transformateur d'isolement incluant un écran électrostatique (utilisation : CEM)



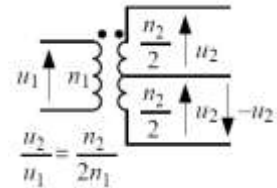
Transformateur de sécurité :

Transformateur à écran à isolation renforcée (utilisation : CEM et sécurité électrique)



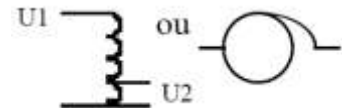
Transformateur à point milieu :

Transformateur dont le primaire ou le secondaire possède une borne de connexion supplémentaire au milieu de l'enroulement. Permet un schéma symétrique



Autotransformateur :

Transformateur simplifié à un seul enroulement. Ne permet pas l'isolation galvanique, mais autorise un réglage fin de la tension secondaire par déplacement du curseur servant de connexion de sortie sur l'enroulement.



2.5 Refroidissement des transformateurs

Il est nécessaire de refroidir les transformateurs de grosses puissances afin d'éviter la détérioration des vernis isolants (courant de Foucault). Ce refroidissement peut se faire de différentes façons:

Refroidissement dans l'air

Le transformateur est mis dans une enceinte grillagée, la ventilation peut être naturelle ou forcée (ventilateur)

Refroidissement naturel dans l'huile

Une cuve renferme le transformateur. Cette cuve est munie d'ailettes. L'huile se refroidit au contact des parois (échange thermique).

refroidissement par radiateur d'huile

L'huile circule naturellement dans un radiateur séparé de la cuve. Ce radiateur peut être ventilé et la circulation d'huile forcée par une pompe.

Refroidissement avec hydroréfrigérant

La circulation de l'huile s'effectue dans une cuve contenant des tubes à l'intérieur desquels circule de l'eau froide.

Rôle du diélectrique

Le diélectrique assure le refroidissement et l'isolement des transformateurs. Selon les tensions appliquées aux enroulements, l'isolement peut être assuré par: **l'air**, c'est le cas des petits transformateurs en BT **l'huile minérale**, très employée dans tous les transformateurs de puissance, mais elle présente des risques d'incendies et d'explosion **de quartz**, c'est un sable qui étouffe les flammes mais rend le refroidissement plus difficile.

2.6 Transformateurs Triphasés

2.6.1 Constitution

Un transformateur triphasé comporte un primaire et un secondaire qui peuvent être couplés de diverses manières.

2.6.2 Plaque signalétique :

La plaque signalétique nous renseigne sur :

Nom du constructeur et numéro de fabrication

La fréquence d'utilisation.

La puissance apparente $S = 3V_1 I_{1N} = 3V_{20} I_{2N}$

La tension primaire nominale U_1

La tension secondaire à vide U_{2V} .

Les courants nominaux $I_{2N} = \frac{S}{\sqrt{3}U_{2n}}$ et $I_{1N} = \frac{S}{\sqrt{3}U_{1N}}$

Type XXXXX		
KVA	0,8	puissance apparente
Ph	1	mono ou triphasé
P	230	tension primaire
S	48	tension secondaire
Hz	50-60	fréquence
IP	22	indice de protection
Cl	F	classe d'isolation thermique
S fus	32A gG	fusible au secondaire

2.6.3 Couplages :

Le rapport de transformation d'un transformateur triphasé est le $m = \frac{U_{20}}{U_1}$.

A la différence du transformateur monophasé ce rapport n'est pas toujours égal à $\frac{N_2}{N_1}$ car il dépend du mode de couplage.

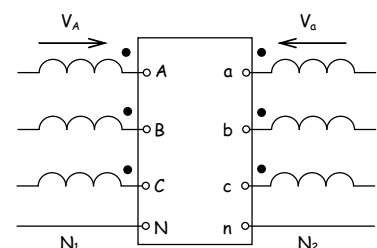
Notations :

Une ligne correspond aux enroulements sur un noyau.

A,B,C sont les bornes hautes tension et a,b,c les bornes basses tension.

Ces bornes correspondent aux bornes homologues.

On suppose les enroulements bobinés dans le même sens.

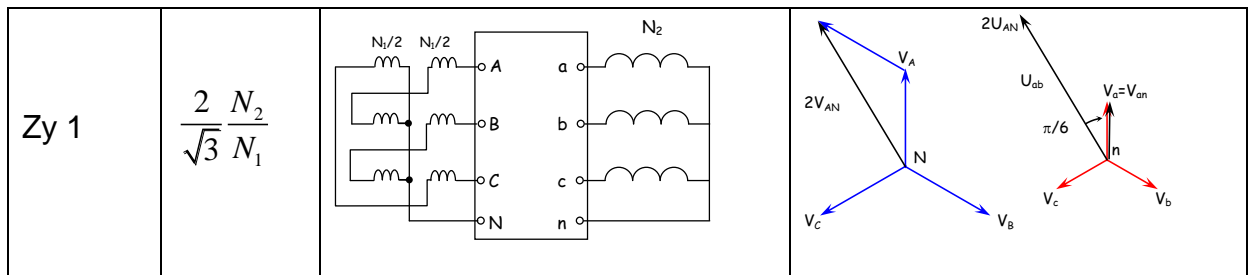


Ainsi les tensions V_A et V_a sont en phases

par rapport à une tension simple ou composée du primaire $\overrightarrow{V_{AN}}$ ou $\overrightarrow{U_{AB}}$

Couplages courants :

Symbole	V_{an}/V_{AN}	Montage	Diagramme Vectoriel
Yy 0	$\frac{N_2}{N_1}$		
Yd 1	$\frac{N_2}{\sqrt{3}N_1}$		
Yz 11	$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{N_2}{N_1}$		
Dy 11	$\sqrt{3} \frac{N_2}{N_1}$		
Dd 0	$\frac{N_2}{N_1}$		



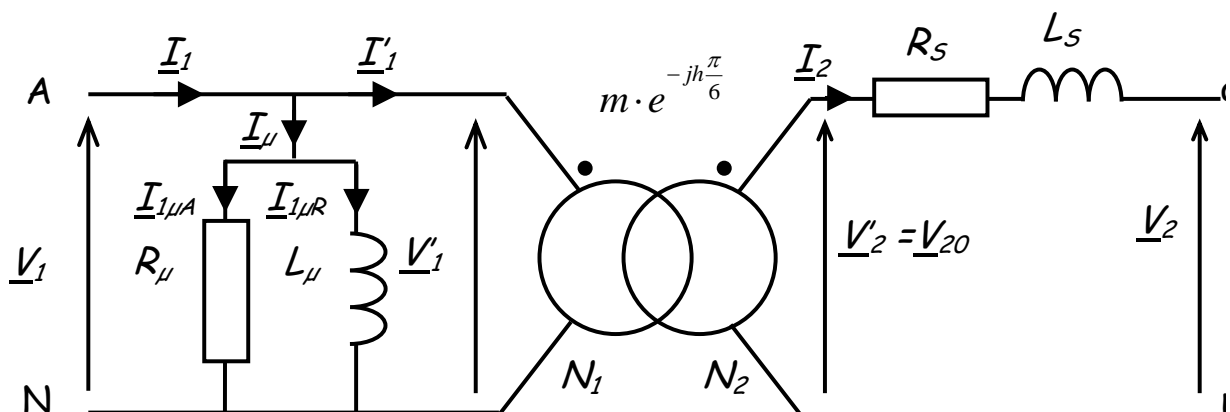
2.6.4 Modélisation

Modèle équivalent par phase:

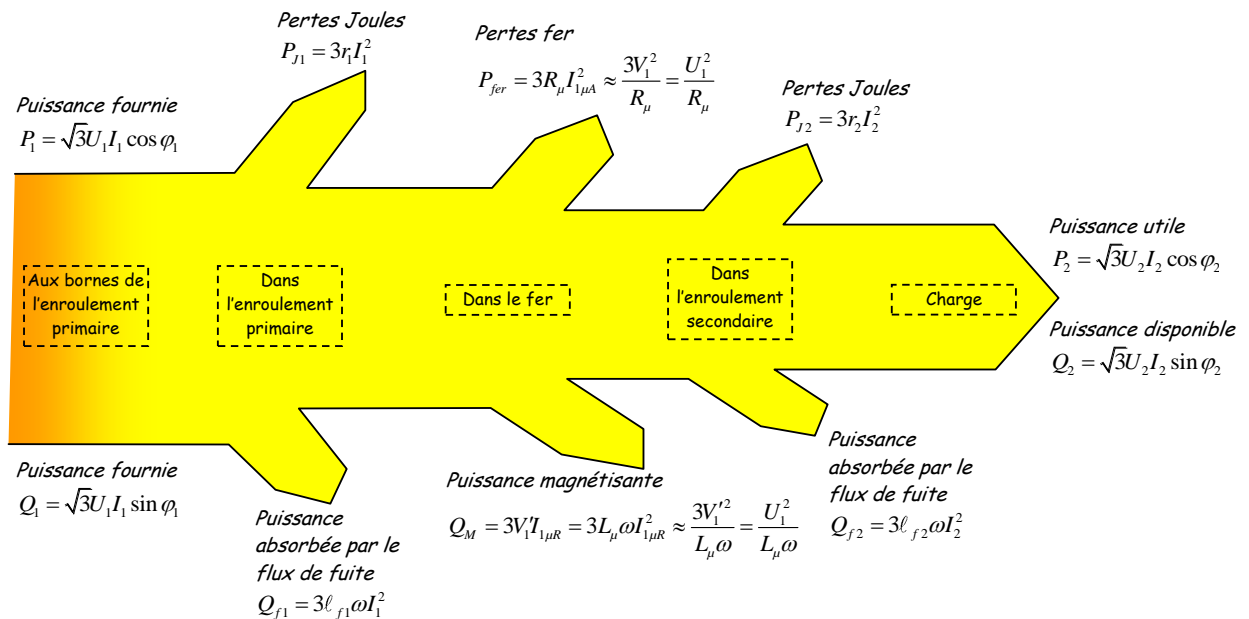
On raisonne comme si le transformateur triphasé au secondaire était composé de trois transformateurs monophasés où le secondaire serait monté en étoile. On utilise alors le modèle du transformateur monophasé où la résistance et l'inductance de fuite primaires sont ramenées au secondaire.

Le modèle ci-dessous est celui de la phase A. Les tensions secondaires \underline{V}_a , \underline{V}_b , \underline{V}_c sont modifiées lorsque le transformateur est chargé. Pour la phase a, on introduit V_{20} tension à vide phase neutre ce qui permet de faire intervenir l'indice horaire.

$$\underline{V}_{20} = m \underline{V}_1 \cdot e^{j\alpha} \text{ avec } \alpha = (\vec{V}_A, \vec{V}_{a0}) = 2\pi - h \times \frac{\pi}{6} \text{ donc } \underline{V}_{20} = m \cdot e^{-jh\frac{\pi}{6}} \underline{V}_1$$



2.6.5 Bilan des puissances :



2.7 Essais

2.7.1 Essai à vide sous tension nominale

Les pertes fer $P_{fer} = P_{10} - P_{j10}$ et donc R_μ car $P_{fer} \approx \frac{3V_1^2}{R_\mu} = \frac{U_1^2}{R_\mu}$.

De même la puissance réactive » nécessaire à l'installation flux »

$$Q_{10} = \sqrt{S_{10}^2 - P_{10}^2} = \sqrt{(\sqrt{3}U_1 I_{10})^2 - P_{10}^2} = 3\ell_{f1} \omega I_{10}^2 + \frac{3V_1'^2}{L_\mu \omega} \approx \frac{3V_1^2}{L_\mu \omega} = \frac{U_1^2}{L_\mu \omega} \text{ soit donc}$$

$$Q_{10} = \frac{3V_1^2}{L_\mu \omega} = \frac{U_1^2}{L_\mu \omega}$$

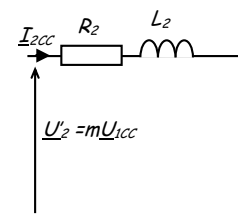
et ainsi L_μ

2.7.2 Essai en court circuit à courant nominal sous tension réduite

Les pertes Joule permettent de déterminer R_2

$$R_s = \frac{P_{1CC}}{3 \times I_{2CC}^2}$$

On en déduit aisément $Z_2 = \frac{mV_{1CC}}{I_{2CC}} = \sqrt{R_2^2 + (L_2 \omega)^2}$ donc



$$X_s = L_s \omega = \sqrt{\left(\frac{m V_{1CC}}{I_{2CC}} \right)^2 - R_s^2} = \frac{Q_{1CC}}{3 I_{2CC}^2}$$

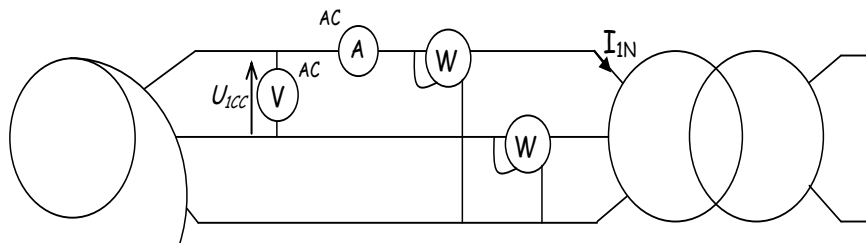
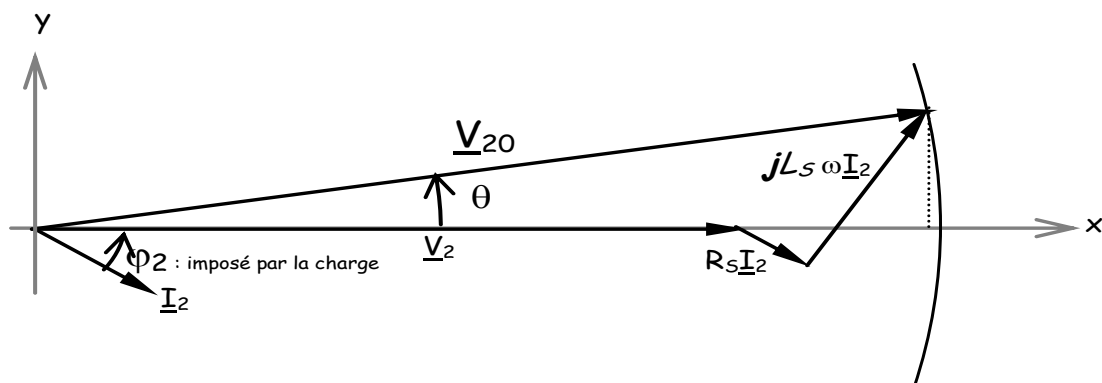


Schéma de l'essai en court-circuit

2.7.3 Diagramme de Kapp

Comme en monophasé on obtient



2.7.4 Rendement

$$\Delta V_2 \approx V_{20} - V_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta U_2 \approx \sqrt{3} \Delta V_2 = \sqrt{3} (R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2)$$

Le rendement est déterminé soit :

- par la méthode des pertes séparées : essai à vide et en court circuit.
- par la méthode directe par un essai en charge.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_J + P_{fer}}$$

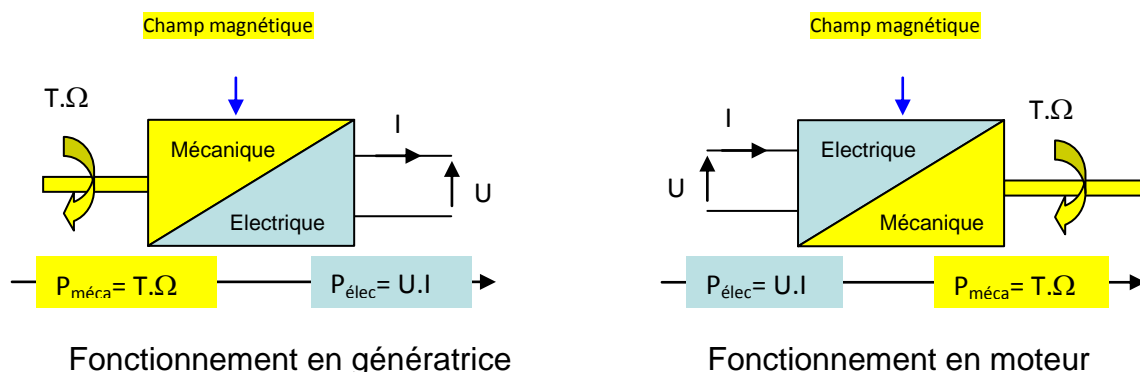
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\sqrt{3}U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3}U_2 I_2 \cos \varphi_2 + 3R_S I_2^2 + P_{fer}} = \frac{\sqrt{3}U_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3}U_2 \cos \varphi_2 + 3R_S I_2 + \frac{P_{fer}}{I_2}}$$

Chapitre 3 : Machines à courant continu

3.1 Présentation

3.1.1 Généralités

La machine à courant continu est un convertisseur d'énergie, totalement réversible, elle peut fonctionner soit en moteur, convertissant de l'énergie électrique en énergie mécanique, soit en génératrice, convertissant de l'énergie mécanique en énergie électrique. Dans les deux cas un champ magnétique est nécessaire aux différentes conversions. Cette machine est donc un convertisseur électromécanique.



- L'énergie mécanique se caractérise par un couple de moment T associé à une vitesse angulaire Ω , le produit de ces deux grandeurs définit la puissance mécanique :

$$P_{méca} = T \cdot \Omega \quad [\text{Nm}] [\text{rad.s}^{-1}]$$

$P_{méca}$ Puissance mécanique en watts [W]

T Moment du couple mécanique en newton-mètres

Ω La vitesse angulaire en radians par seconde

- L'énergie électrique est évaluée par un courant continu I et une tension continue U , la puissance électrique sera le produit de ces deux grandeurs :

$$P_{\text{élec}} = U.I$$

$P_{\text{élec}}$ Puissance électrique en watts [W]

U La tension en volts [V]

I L'intensité du courant en ampères [A]

Energie absorbée	Fonctionnement	Energie fournie
Electrique	Moteur	Mécanique
Mécanique	Génératrice	Electrique

3.1.2 Description

➤ Vue d'ensemble :

La machine à courant continu comporte les parties principales suivantes :

- Une partie fixe appelée STATOR qui aura le rôle d'inducteur.
- Une partie mobile appelée ROTOR qui aura le rôle d'induit.
- Une liaison rotor - éléments extérieurs à la machine appelée COLLECTEUR.

➤ L'inducteur :

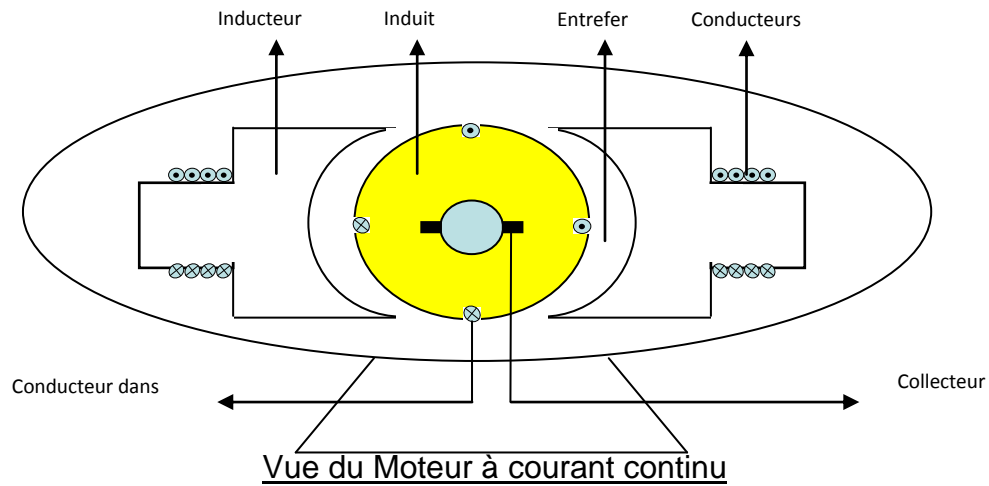
Il est formé soit d'aimants permanents en ferrite soit de bobines placées autour des noyaux polaires. Lorsque les bobines sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique de la machine notamment dans l'entrefer, espace séparant la partie fixe et la partie mobile, où se situent les conducteurs.

➤ L'induit :

Le noyau d'induit est en fer pour canaliser les lignes de champ, les conducteurs sont logés dans des encoches sur le rotor, deux conducteurs forment une spire.

➤ Collecteur et balais :

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre isolées, disposées sur l'extrémité du rotor, les balais portés par le stator frottent sur le collecteur.



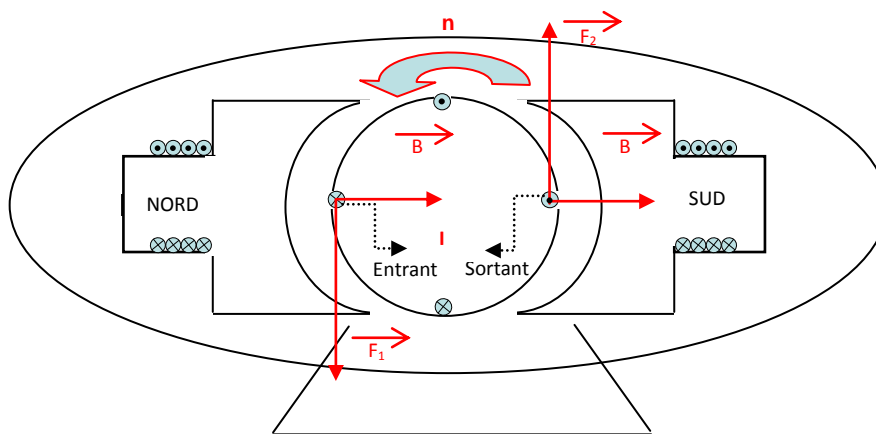
3.2 Principe de fonctionnement

Une machine à courant continu possède un nombre N de conducteurs actifs, le flux utile sous un pôle créé par l'inducteur est Φ exprimé en webers, et n représente la fréquence de rotation de l'arbre du rotor, en tours par seconde.

Deux cas peuvent se présenter :

- Soit un conducteur est à la fois traversé par un courant électrique et plongé à l'intérieur d'un champ magnétique, il est alors soumis à une force électromagnétique.
- Soit un conducteur est à la fois en mouvement de rotation et plongé à l'intérieur d'un champ magnétique, il est alors le siège d'une force électromotrice

Ces deux cas peuvent être décrits par le schéma suivant :



Courant + Champ magnétique → **Force Electromagnétique**

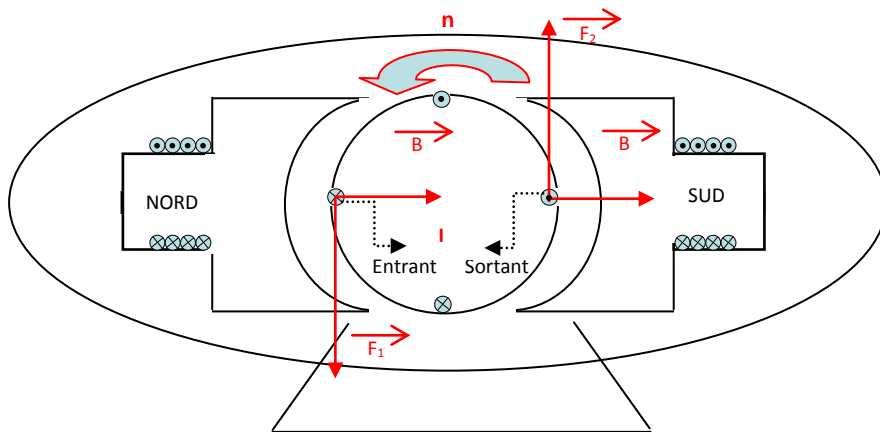
Force + Champ magnétique → **Force Electromotrice**

Les conducteurs actifs, de nombre N , coupent les lignes du champ magnétique, ils sont donc le siège de forces électromotrices induites, la force électromotrice f.e.m résultante de l'ensemble de ces N spires :

$$E = N.n.\Phi$$

E	La f.e.m en volts [V]
n	La fréquence de rotation en tours par seconde [tr.s ⁻¹]
Φ	Le flux en webers [Wb]
N	Le nombre de conducteurs actifs

➡ Cette relation est essentielle pour la machine, car elle est le lien entre le flux Φ une grandeur magnétique, la tension E une grandeur électrique, et la fréquence de rotation n , une grandeur mécanique.



➡ Sachant que $\Omega = 2\pi.n$, une autre relation, reliant les trois types de grandeurs, est fréquemment utilisée, elle prend en compte la vitesse angulaire Ω exprimée en radians par seconde :

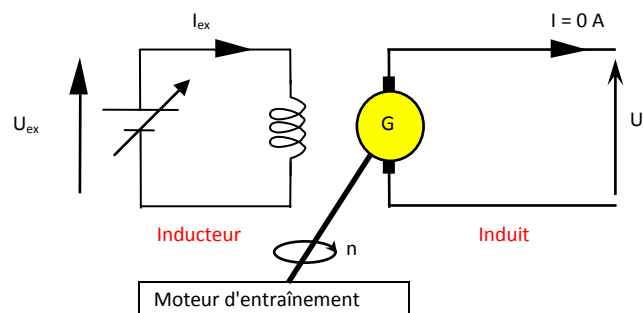
$$E = K.\Phi.\Omega$$

E	La f.é.m. en volts [V]
Ω	La vitesse angulaire en radians par seconde [rad.s ⁻¹]
Φ	Le flux en webers [Wb]
K	Constante

3.3 Fonctionnement en génératrice

3.3.1 Fonctionnement à vide

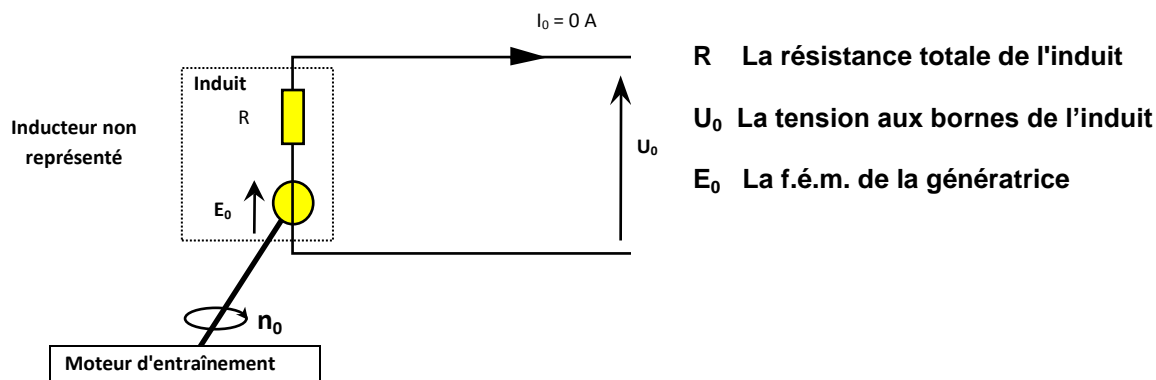
Le rotor de la machine est entraîné par une source extérieure à la fréquence de rotation n . Nous dirons que la génératrice fonctionne à vide lorsqu'elle ne débite aucun courant.



Fonctionnement d'une génératrice à vide

La relation $E = N.n.\Phi$ se caractérise donc par deux constantes, le nombre de conducteurs N , et la fréquence de rotation n avec laquelle est entraînée la génératrice.

La f.é.m. E est dans ce cas proportionnelle au flux Φ , elle est donc à un coefficient près l'image de la courbe de magnétisation de la machine. L'indice «₀» caractérise le fonctionnement à vide.

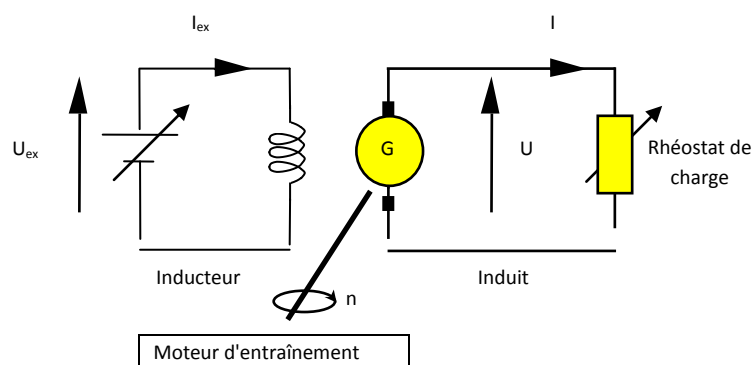


Modèle équivalent d'une génératrice à vide

La tension U_0 mesurée directement sur l'induit de la génératrice est exactement égale à la f.e.m E_0 de la machine car l'intensité du courant est nulle, il n'y a donc pas de chute de tension due à la résistance de l'induit.

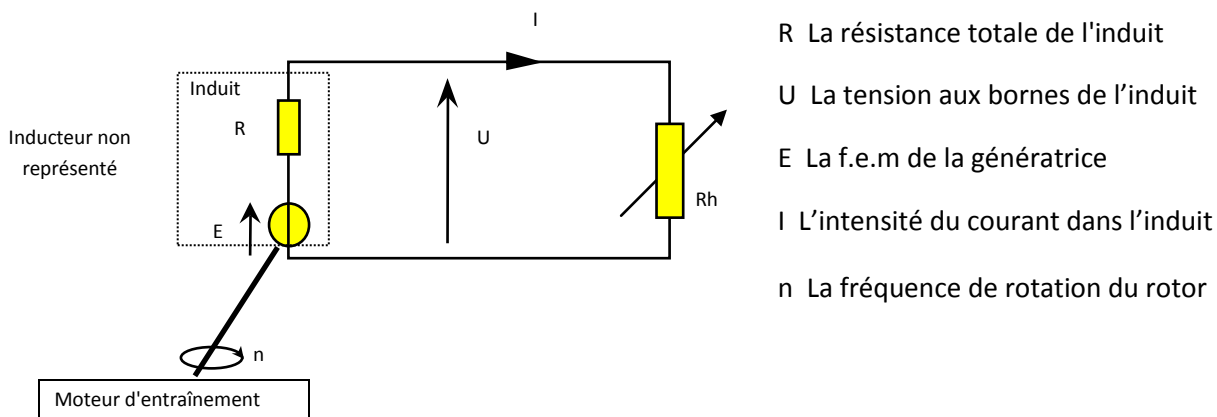
3.3.2 Fonctionnement en charge (charge résistive)

La génératrice est entraînée par un moteur auxiliaire, elle débite un courant d'intensité I dans un rhéostat de charge.



Fonctionnement d'une génératrice en charge

L'induit de la génératrice peut être remplacé par son modèle équivalent :



Modèle équivalent de l'induit de la génératrice

La loi d'Ohm de l'induit se déduit facilement de son modèle équivalent :

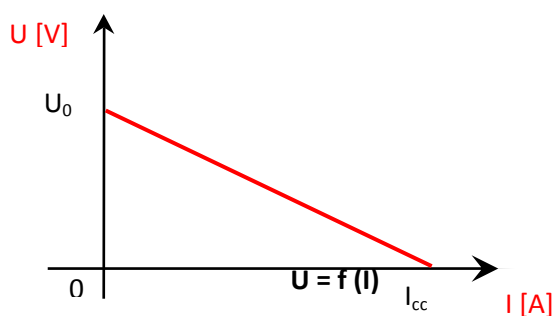
$$U = E - R \cdot I$$

U	La tension aux bornes de l'induit en volts [V]
E	La fem de la génératrice en volts [V]
R	La résistance de l'induit en ohms [Ω]
I	L'intensité du courant dans l'induit en ampères [A]

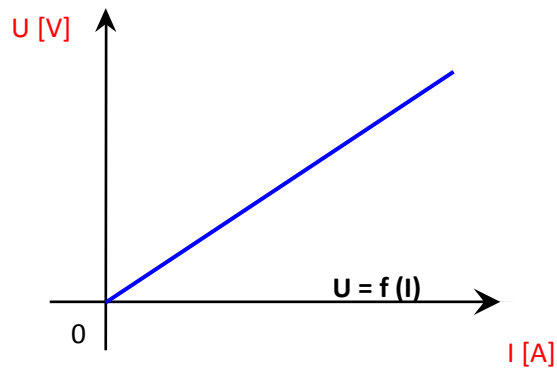
Suivant les valeurs prises par la charge résistive, le moment du couple (U ; I) de la tension aux bornes de l'induit et de l'intensité du courant dans l'induit ne peut se déplacer que sur la droite déterminée par deux valeurs particulières :

U_0 valeur maximale de la tension aux bornes de l'induit de la génératrice à vide, $I=0$ A

I_{cc} valeur maximale de l'intensité du courant dans l'induit court-circuité, $U = 0$ V

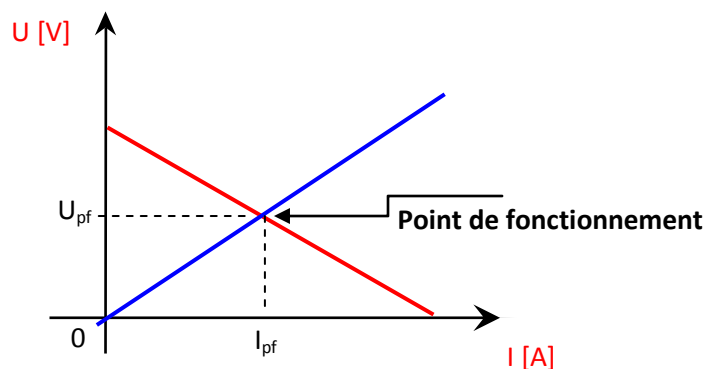


Nous pouvons tracer la caractéristique de la charge ohmique R en utilisant la loi d'Ohm, le moment du couple (U ; I) de la tension aux bornes de la charge et de l'intensité du courant qui la traverse se déplace que sur la droite de coefficient directeur égal à la valeur de R :



➤ Point de fonctionnement sur charge résistive

Le point de fonctionnement du groupe Induit – Charge résistive peut se déterminer graphiquement. Il correspond au fonctionnement simultané de l'alimentation et du récepteur. Les deux couples (courant ; tension) issus des deux caractéristiques doivent impérativement être égaux puisqu'ils sont associés, ainsi :



Evaluation graphique du point de fonctionnement

Le point de fonctionnement peut également se calculer à partir des deux équations :

$$\begin{cases} U = E - R.I \\ U = R_h.I \end{cases}$$

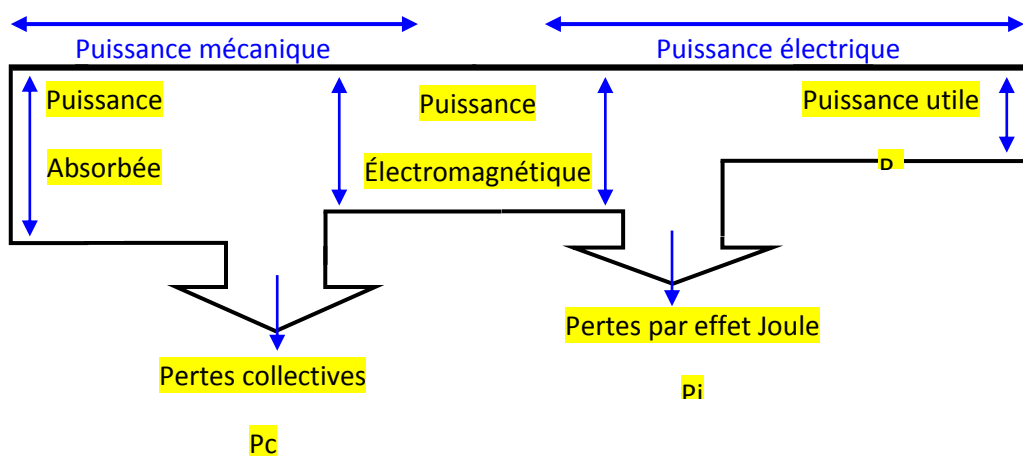
Le point d'intersection (U_{pf} ; I_{pf}) de ces deux droites donne les grandeurs communes aux deux dipôles.

3.3.3 Bilan des puissances

Le bilan des puissances décline toutes les puissances, depuis la puissance absorbée d'origine mécanique jusqu'à la puissance utile de nature électrique.

Entre ces deux termes, l'étude se portera sur toutes les pertes aussi bien mécaniques qu'électriques, et enfin une puissance sera étudiée tout particulièrement, elle correspond au passage de la puissance mécanique à la puissance électrique.

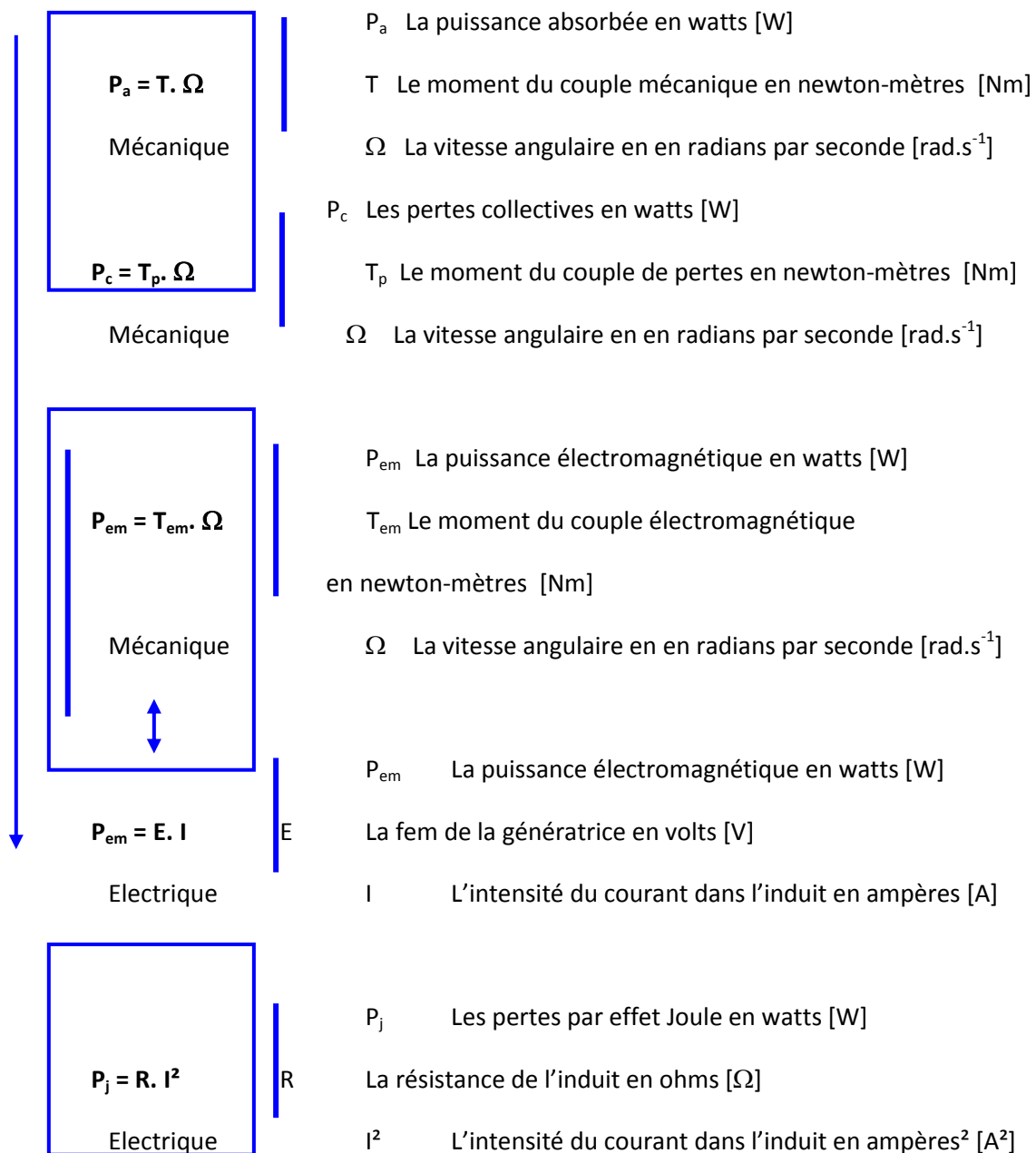
Le bilan, peut être résumé à l'aide schéma suivant :



Bilan des puissances d'une génératrice

La génératrice reçoit une puissance P_a , produit du moment du couple mécanique T provenant d'un système auxiliaire et de la vitesse angulaire Ω

Toutes les puissances mises en jeu dans ce bilan peuvent être calculées à partir des relations qui suivent.



Le bilan met en évidence le fait que la puissance absorbée est obligatoirement la puissance la plus importante, elle ne cesse de diminuer en progressant vers la puissance utile qui est évidemment la plus faible, ainsi :

$P_u = U \cdot I$ Electrique	P_u	La puissance utile en watts [W]
	U	La tension délivrée par l'induit de la génératrice en volts [V]
	I	L'intensité du courant dans l'induit en ampères [A]

$P_{em} = P_a - P_c$ Mécanique	P_{em}	La puissance électromagnétique en watts [W]
	P_a	La puissance absorbée en watts [W]
	P_c	Les pertes collectives en watts [W]

Et

$P_u = P_{em} - P_j$ Electrique	P_u	La puissance utile en watts [W]
	P_{em}	La puissance électromagnétique en watts [W]
	P_j	Les pertes par effet Joule en watts [W]

Donc

$P_u = P_a - P_c - P_j$ <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="font-size: 2em; margin-right: 5px;">{</div> <div style="margin-right: 10px;"> Mécanique Electrique </div> </div>	P_u	La puissance utile en watts [W]
	P_a	La puissance absorbée en watts [W]
	P_c	Les pertes collectives en watts [W]
	P_j	Les pertes par effet Joule en watts [W]

- P_c représente la somme des pertes mécaniques et des pertes magnétiques dans la génératrice. T_p est le moment du couple de pertes correspondant à cette puissance perdue.
- Les pertes magnétiques dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault se produisent dans les tôles du rotor.
- Les pertes mécaniques dues aux frottements se situent au niveau des paliers.

Le rendement est le rapport entre la puissance électrique utile et la puissance mécanique absorbée par l'induit, d'où :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

η Rendement de **l'induit** de la génératrice [sans unités]

P_u La puissance utile en watts [W]

P_a La puissance absorbée en watts [W]

Le rendement de la génératrice complète tient compte de la puissance absorbée par l'inducteur, P_{ex} , dans la mesure où celui-ci est alimenté électriquement.

Cette puissance sert uniquement à magnétiser la machine, toute la puissance active absorbée par le circuit d'excitation est entièrement consommée par effet Joule donc :

$$P_{ex} = U_{ex} \cdot I_{ex}$$

P_{ex} La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]

U_{ex} La tension d'alimentation de l'inducteur en volts [V]

I_{ex} L'intensité du courant dans l'inducteur en ampères [A]

$$P_{ex} = r \cdot I_{ex}^2$$

P_{ex} La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]

r La résistance de l'inducteur en ohms [Ω]

I_{ex}^2 L'intensité du courant dans l'inducteur en ampères² [A²]

$$P_{ex} = \frac{U_{ex}^2}{r}$$

P_{ex} La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]

U_{ex}^2 La tension d'alimentation de l'inducteur en volts² [V²]

r La résistance de l'inducteur en ohms [Ω]

Le rendement est donc

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + P_{ex}}$$

η Rendement de la machine complète [sans unités]

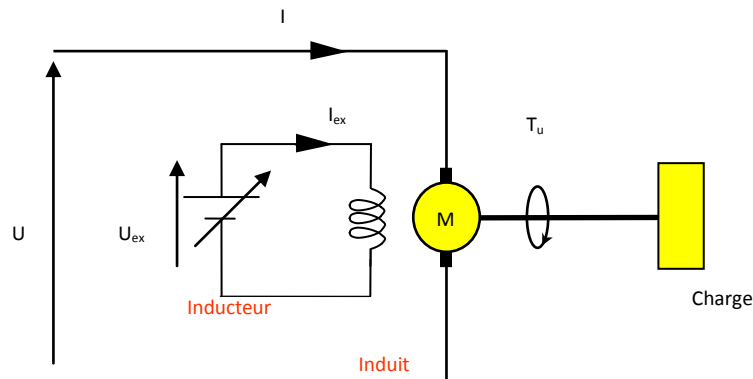
P_u La puissance utile en watts [W]

P_a La puissance absorbée en watts [W]

3.4 Fonctionnement en moteur

3.4.1 Fonctionnement en charge

L'induit du moteur est alimenté par une seconde source de tension continue, il entraîne une charge mécanique à la fréquence de rotation n .

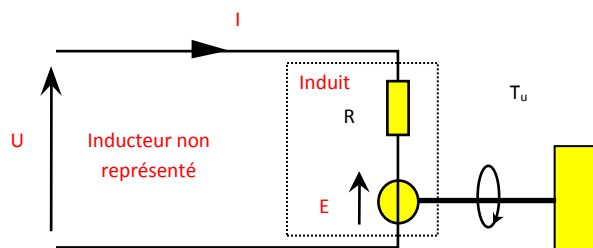


Fonctionnement d'un moteur en charge

Le moteur absorbe une puissance électrique et restitue une puissance mécanique, combinaison du moment du couple utile et de la fréquence de rotation.

➤ Loi d'Ohm

L'induit du moteur peut être remplacé par son modèle équivalent :



R La résistance totale de l'induit

U La tension aux bornes de l'induit

E La fem du moteur

Modèle équivalent de l'induit du moteur

La loi d'Ohm de l'induit se déduit facilement de son modèle équivalent :

$$U = E + R.I$$

U La tension aux bornes de l'induit en volts [V]

E La f.e.m du moteur en volts [V]

R La résistance de l'induit en ohms [Ω]

I L'intensité du courant dans l'induit en ampères [A]

➤ **Plaque signalétique du moteur**

La plaque signalétique d'un moteur donne de précieux renseignements, ils concernent le fonctionnement le mieux approprié, c'est-à-dire celui qui permet un très bon rendement, pas forcément le plus élevé, mais qui assure une très bonne longévité de la machine. Les valeurs mentionnées pour l'induit, sont appelées les valeurs nominales, elles ne doivent pas être dépassées de plus de 1,25 fois, elles se décomposent ainsi :

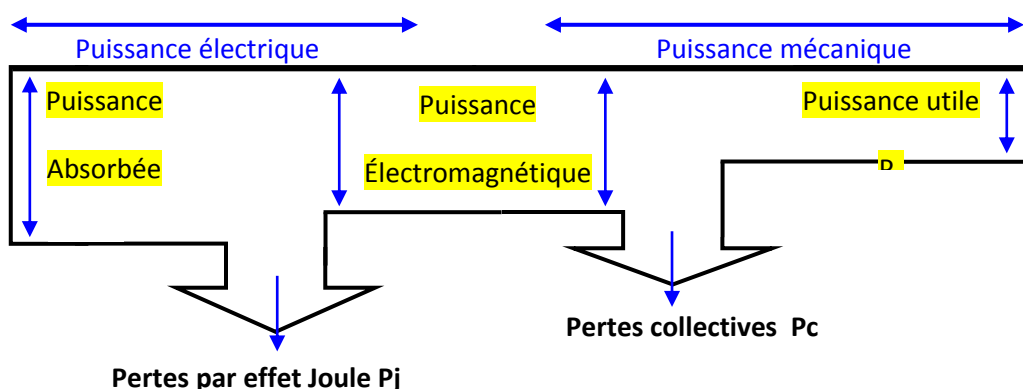
- U Tension nominale à appliquer aux bornes de l'induit.
- I Intensité nominale du courant dans l'induit
- n Fréquence de rotation nominale du rotor
- P_u Puissance utile nominale, d'origine mécanique délivrée par le moteur.

3.4.2 Bilan des puissances

Le bilan des puissances décline toutes les puissances, depuis la puissance absorbée d'origine électrique jusqu'à la puissance utile de nature mécanique.

Entre ces deux termes, l'étude se portera sur toutes les pertes aussi bien mécaniques qu'électriques, et enfin une puissance sera étudiée tout particulièrement, elle correspond au passage de la puissance électrique à la puissance mécanique.

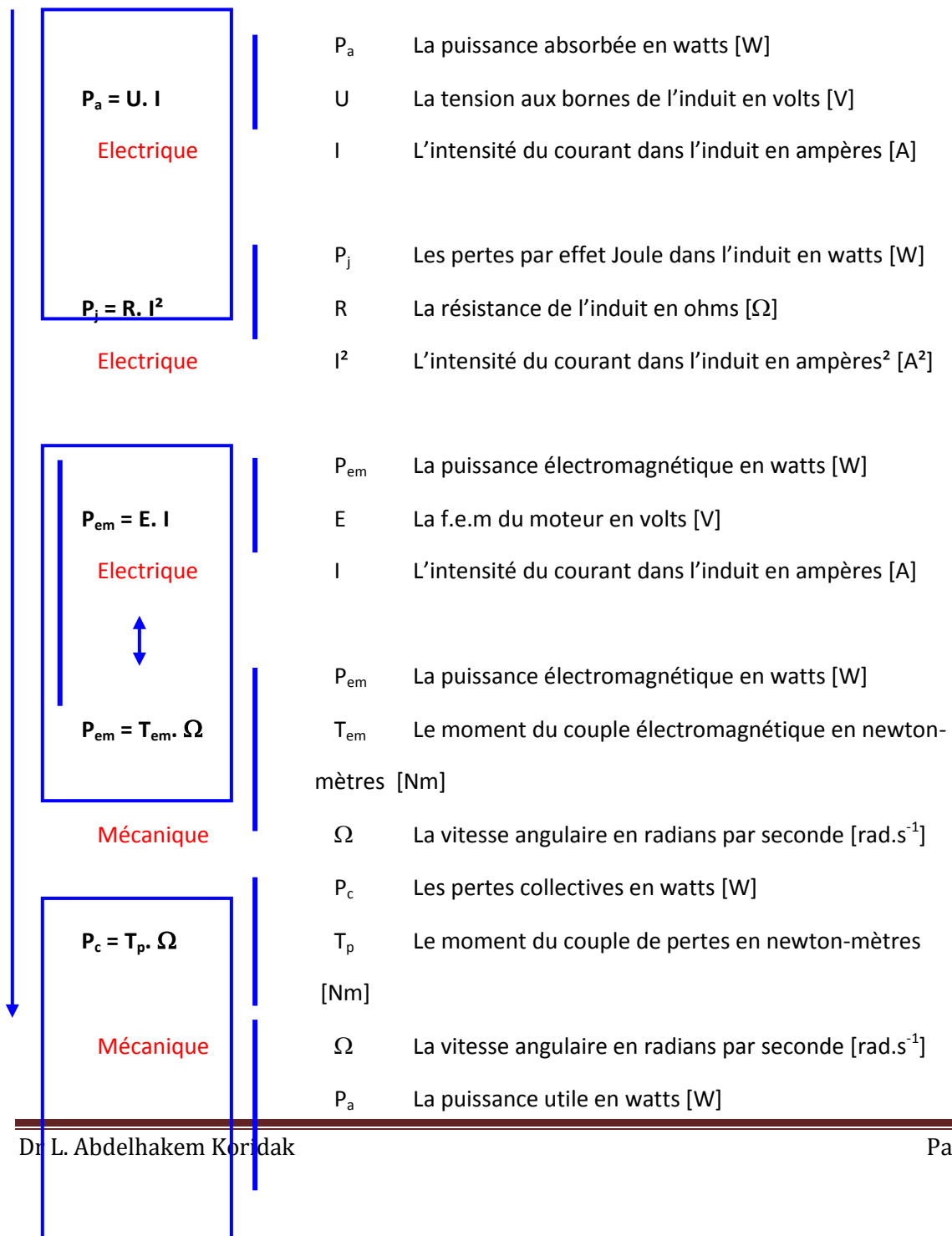
Le bilan, peut être résumé à l'aide schéma suivant :



Bilan des puissances d'un moteur

Toutes les puissances mises en jeu dans ce bilan peuvent être calculées à partir des relations qui suivent.

Le moteur reçoit une puissance P_a , produit de la tension, appliquée sur les bornes de l'induit et de l'intensité du courant qui le traverse.



$$P_a = T \cdot \Omega$$

T Le moment du couple mécanique en newton-mètres
[Nm]

Mécanique

Ω La vitesse angulaire en radians par seconde [rad.s⁻¹]

Le bilan met en évidence le fait que la puissance absorbée est obligatoirement la puissance la plus importante, elle ne cesse de diminuer en progressant vers la puissance utile qui est évidemment la plus faible, ainsi :

$$P_{em} = P_a - P_j$$

Electrique

P_{em} La puissance électromagnétique en watts [W]

P_a La puissance absorbée en watts [W]

P_j Les pertes par effet Joule en watts [W]

Et

$$P_u = P_{em} - P_c$$

Mécanique

P_u La puissance utile en watts [W]

P_{em} La puissance électromagnétique en watts [W]

P_c Les pertes collectives en watts [W]

Donc

$$P_u = P_a - P_j - P_c$$

{ Electrique
Mécanique

P_u La puissance utile en watts [W]

P_a La puissance absorbée en watts [W]

P_j Les pertes par effet Joule en watts [W]

P_c Les pertes collectives en watts [W]

- P_c représente la somme des pertes mécaniques et des pertes magnétiques dans le moteur. T_p est le moment du couple de pertes correspondant à cette puissance perdue.
- Les pertes magnétiques dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault se produisent dans les tôles du rotor.

- Les pertes mécaniques dues aux frottements se situent au niveau des paliers.

Le rendement est le rapport entre la puissance mécanique utile et la puissance électrique absorbée par l'induit, d'où :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

η	Rendement de l'induit du moteur [sans unités]
P_u	La puissance utile en watts [W]
P_a	La puissance absorbée en watts [W]

Le rendement du moteur complet tient compte de la puissance absorbée par l'inducteur, P_{ex} , dans la mesure où celui-ci est alimenté électriquement. Cette puissance sert uniquement à magnétiser le moteur, toute la puissance active absorbée par le circuit d'excitation est entièrement consommée par effet Joule donc :

$$P_{ex} = U_{ex} \cdot I_{ex}$$

P_{ex}	La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]
U_{ex}	La tension d'alimentation de l'inducteur en volts [V]
I_{ex}	L'intensité du courant dans l'inducteur en ampères [A]

$$P_{ex} = r \cdot I_{ex}^2$$

P_{ex}	La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]
r	La résistance de l'inducteur en ohms [Ω]
I_{ex}^2	L'intensité du courant dans l'inducteur en ampères ² [A ²]

$$P_{ex} = \frac{U_{ex}^2}{r}$$

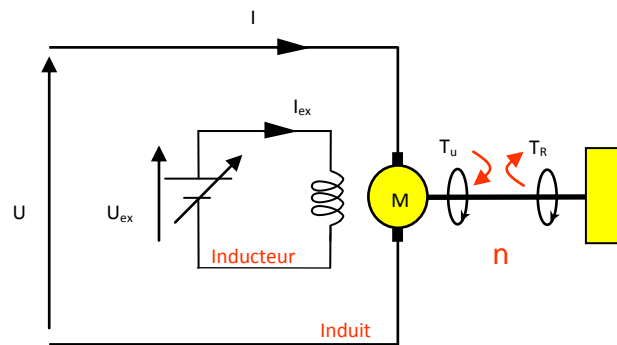
P_{ex}	La puissance absorbée par l'inducteur en watts [W]
U_{ex}^2	La tension d'alimentation de l'inducteur en volts ² [V ²]
r	La résistance de l'inducteur en ohms [Ω]

Le rendement est donc

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + P_{ex}}$$

η	Rendement du moteur complet [sans unités]
P_u	La puissance utile en watts [W]
P_a	La puissance absorbée en watts [W]

➤ Essai en charge



Le moteur est maintenant chargé, c'est-à-dire que l'arbre de ce dernier entraîne une charge résistante qui s'oppose au mouvement du rotor.

En régime établi, le moment du couple utile délivré par le moteur est égal au moment du couple résistant que lui oppose la charge mécanique.

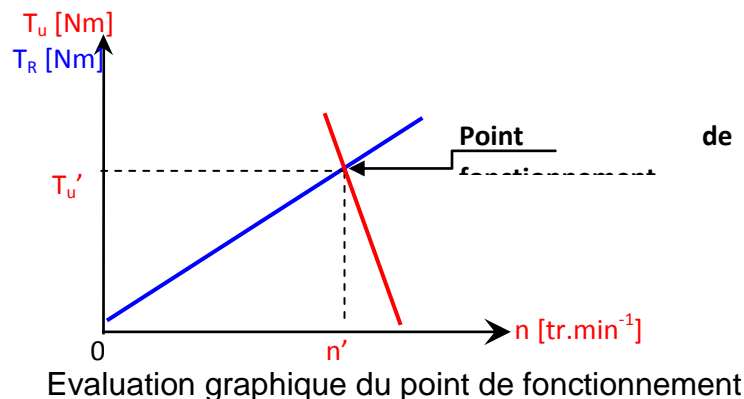
❖ En régime permanent

$$T_u = T_R$$

T_u Le moment du couple utile en newton-mètres [Nm]
 T_R Le moment du couple résistant en newton-mètres [Nm]

➤ Point de fonctionnement

Le point de fonctionnement se trouve sur l'intersection de la caractéristique mécanique du moteur et de la courbe qui caractérise le moment du couple résistant de la charge.



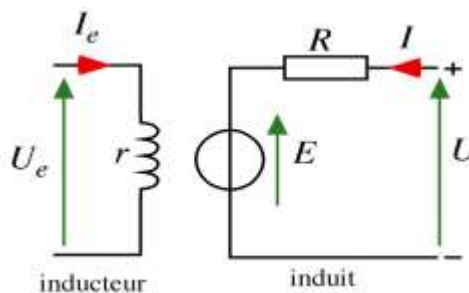
Le point de fonctionnement donne graphiquement n' , la fréquence de rotation du moteur ainsi que T_u' le moment du moment du couple utile.

3.4.3 Les différents types des moteurs à courant continu

Selon les différents montages possibles entre les enroulements rotoriques et statoriques on obtient les différents types existants, on trouve donc :

a. Moteur à excitation indépendante :

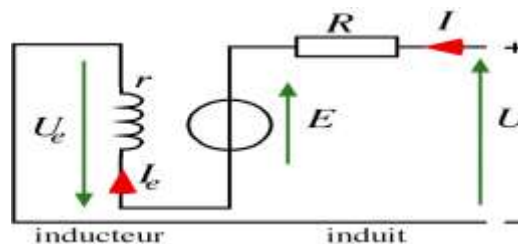
Les deux enroulements statoriques et rotorique sont alimentés avec des sources de tensions indépendantes. Il faut, donc, deux alimentations : une pour l'inducteur et l'autre pour l'induit.



Moteur à courant continu à excitation indépendante

b. Moteur à excitation série :

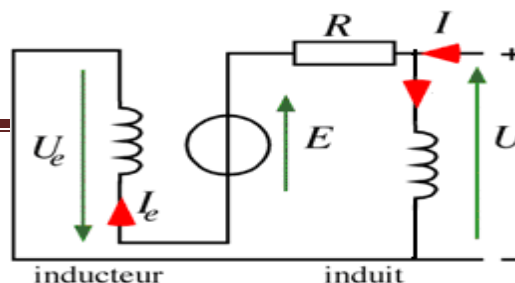
Pour ce type de moteur, les enroulements statorique et rotorique sont alimentés en série. La tension d'alimentation est partagée entre le rotor et le stator.



Moteur à courant continu à excitation série

c. Moteur à excitation composée (ou compound):

Dans le moteur compound une partie du stator est raccordé en série avec le rotor et une autre est de type parallèle ou shunt. Ce moteur réunit les avantages des deux



types de moteur : le fort couple à basse vitesse du moteur série et l'absence d'emballlement (survitesse) du moteur shunt.

Moteur à courant continu à excitation série

Chapitre 4 : Machine a courant alternatif

4.1 MACHINE SYNCHRONE

La machine synchrone, appelée ALTERNATEUR si elle fonctionne en génératrice, fournit un courant alternatif. En fonctionnement MOTEUR sa fréquence de rotation est imposée par la fréquence du courant alternatif qui alimente l'induit.

4.1.1 Principe de l'alternateur :

Une génératrice synchrone transforme de l'énergie mécanique (T, Ω en énergie électrique (V, I de fréquence f).

Un aimant tourne à la fréquence n , la spire est traversée par un flux variable $\Phi(t)$ d'où la création d'une f.é.m. induite $e(t) = - \frac{d\phi}{dt}$.

La fréquence de cette f.é.m. est telle que : $f = n$, soit $\Omega = \omega$ avec Ω vitesse de rotation du rotor (aimant) et ω la pulsation de la f.é.m. sinusoïdale induite, en rad / s.

L'alternateur possède deux parties principales :

- L'inducteur porté le plus souvent par le rotor
- L'induit porté par le stator parcouru par des courants alternatifs

a - Inducteur :

Le champ magnétique est créé par un aimant permanent ou par un électroaimant alimenté par un courant continu I_e , appelé courant d'excitation. Le rotor tourne à la fréquence f , et crée un nombre p de paires de pôles.

Remarque : si I_e est constant, il crée un champ magnétique B , constant, tournant à la fréquence de synchronisme $n_s = n$.

Rotor à pôles saillants :

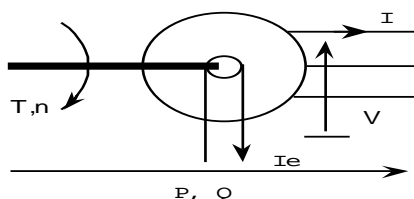
C'est un électroaimant dont les pôles sont alternativement nord et sud. Les enroulements sont alimentés en courant continu, ils sont placés autour des noyaux polaires. Le nombre de pôles est toujours pair, il varie suivant la machine.

Rotor à pôles lisses ou Turboalternateur :

Le rotor est un cylindre plein dans lequel on a usiné des encoches. Il possède le plus souvent deux pôles.

b - Induit :

Il est au stator, bobines fixes, le plus souvent triphasé. Il est le siège de f.é.m. induites



Convention générateur

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cos \phi$$

ϕ déphasage entre V et I

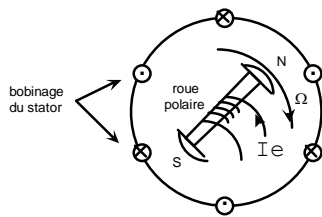
Il est soumis à un flux tournant, il est donc le siège d'hystérésis et de courants de Foucault. Comme pour le transformateur, nous raisonnerons sur un schéma équivalent.

4.1.2 La f.é.m. dans un alternateur

- A - ESSAI A VIDE :

- a - Présentation :

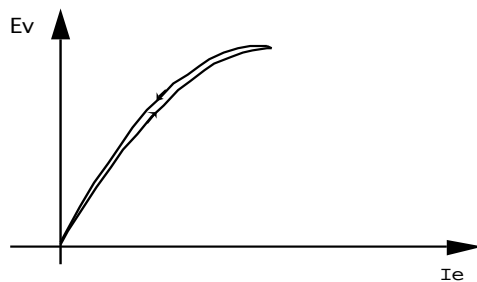
Le stator n'est traversé par aucun courant. Le champ tournant est issu de la roue polaire (traversée par un courant d'excitation I_e), entraîné par un système auxiliaire.



Nous récupérons trois f.é.m. induites sinusoïdales de valeur efficace E_v , aux bornes du stator.

- b - Caractéristique à vide :

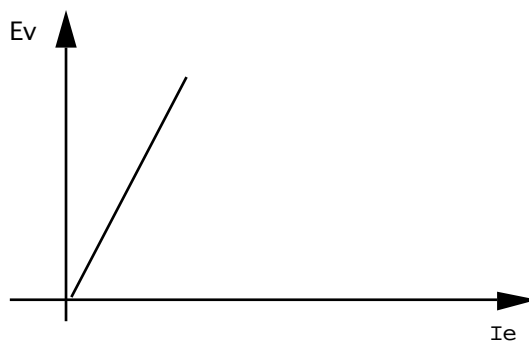
le varie par valeurs croissantes puis décroissantes, nous relevons E_v , tension à vide aux bornes d'une phase.



Nous noterons le phénomène d'hystérésis sur la courbe, ainsi que la saturation de la machine

- c - Idéalisation de la caractéristique à vide :

Nous supposons que la machine n'est pas saturée, seule la partie linéaire de la caractéristique ne sera retenue, pour la suite de notre étude, E_v restera proportionnelle à I_e .



- d - Valeur théorique :

La f.é.m. induite $e_v(t) = E_v \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ est sinusoïdale. Elle est créée par le flux $\Phi(t)$ issu du champ magnétique tournant porté par la roue polaire, ce flux a pour expression $\Phi(t)$ avec : $\Phi(t) = \Phi_{\max} \cdot \cos(\omega t)$.

Le stator comporte N conducteurs, donc $N/2$ spires; ainsi :

$$e_v(t) = - \frac{N}{2} \frac{d\phi}{dt} = - \frac{N}{2} \omega \cdot \phi_{\max} \cdot \sin(\omega t) = E_v \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$

La valeur théorique de la valeur efficace de la f.é.m. E_V . Est donc :

$$E_V = -\frac{N}{\sqrt{2}} \cdot \pi \cdot f \cdot \varphi_{\max}.$$

Cette valeur efficace est celle de la f.é.m. à vide aux bornes de l'alternateur monophasé ou bien celle aux bornes d'une phase et du neutre de l'alternateur triphasé.

- e - Valeur réelle :

En réalité $\Phi(t)$ n'est pas vraiment sinusoïdale et les différentes f.é.m. ne sont pas en phase. La résultante $e_V(t)$ est le module d'une somme vectorielle. Pour traduire ces imperfections, on introduit un coefficient K qui caractérise la machine. La valeur efficace réelle de la f.é.m. à vide s'exprime par la relation :

➤ En monophasé :

A l'intérieur d'une même spire, les forces électromotrices induites s'ajoutent et les différentes spires sont mises en série : tous les conducteurs sont finalement en série. Pour l'enroulement, on aura donc :

$$E_V = K \cdot f \cdot N \cdot \varphi_{\max}.$$

Avec :

E_V F.é.m. induite dans un enroulement en volts

f Fréquence des f.é.m. induites en hertz

φ_{\max} Flux utile maximal sous un pôle en webers

N Nombre de conducteurs par phase.

K **Coefficient de Kapp** constant pour un alternateur donné tel que :

$K = 2,22 \cdot K_D \cdot K_F$ K_D facteur de distribution voisin de 0,7

K_F facteur de forme voisin de 1,05

➤ En triphasé :

Trois enroulements monophasés identiques sont décalés d'un tiers de l'intervalle compris entre deux pôles consécutifs de même nom. L'alternateur est ainsi équivalent à trois alternateurs monophasés identiques que l'on couple soit en triangle soit en étoile. La force électromotrice entre deux enroulements dépend du mode de couplage : la relation précédente donne donc la valeur efficace d'une tension simple si les enroulements sont couplés en étoile, et la valeur d'une tension composée s'ils sont couplés en triangle.

- B - ESSAI EN CHARGE :

- a - Présentation :

L'état de l'alternateur est fixé par le point de fonctionnement P, qui dépend de deux paramètres variables et trois paramètres constants $P = f(V ; I ; n ; I_e ; \phi)$

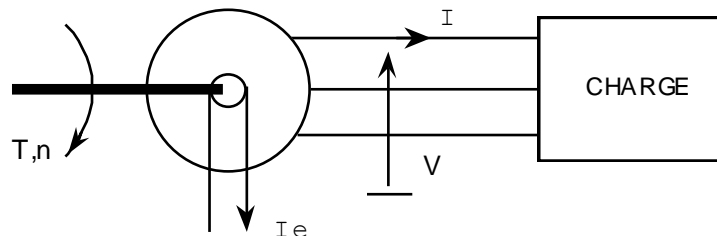
V tension entre phase et neutre en volts

I courant dans un fil de phase en ampères

n fréquence de rotation de l'alternateur en tr / s

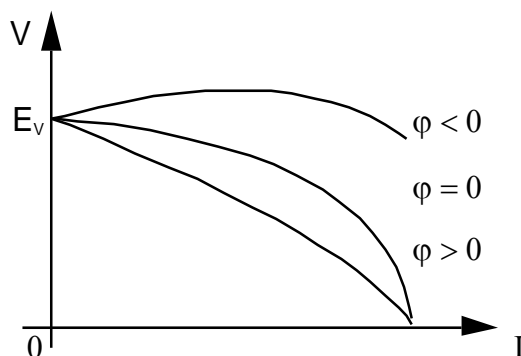
I_e courant d'excitation en ampères

ϕ Déphasage entre v et i .



- b - Caractéristique électrique $V = f(I)$:

L'alternateur triphasé est entraîné à vitesse constante. Il alimente une charge équilibrée. L'intensité I_e du courant d'excitation est maintenue constante, le déphasage tension courant est imposé par la charge.



Nous remarquons l'effet démagnétisant (qui contraint d'augmenter I_e) d'une charge inductive et l'effet magnétisant d'une charge capacitive.

Les chutes de tension sont importantes (20 à 30 fois plus grandes que pour le transformateur) elles ne sont que très partiellement dues aux résistances des enroulements (1 % seulement), la cause principale de ces chutes de tension est l'existence du champ magnétique B_i , créé par le stator. Lorsque l'induit débite du

courant, il crée un champ magnétique, appelé **Réaction Magnétique d'Induit, R.M.I**, qui vient modifier le champ issu de l'inducteur.

- C - Etude de la R.M.I :

L'inducteur, porté par le rotor, crée un flux, $\Phi(t)$, à l'origine d'une f.é.m. induite E_v au stator (induit). Lorsque l'induit est fermé sur une charge, il est parcouru par des courants sinusoïdaux induits, i_1 , i_2 et i_3 qui vont à leurs tours créer un flux variable $\Phi_i(t)$ qui va diminuer considérablement (cas d'une charge R/L) le flux $\Phi_{ch}(t)$ résultant, en charge, donc agir sur la f.é.m. E_{ch} de la machine. Cette diminution de E_{ch} par rapport à E_v implique une diminution importante de la tension V .

Le flux φ créé par l'inducteur, induit : $\underline{E_v} = -j\omega \underline{\varphi}$

La R.M.I introduit le flux φ_i qui induit : $\underline{E_i} = -j\omega \underline{\varphi_i}$

Le flux résultant φ_{ch} s'exprime par la relation vectorielle : $\vec{\varphi_{ch}} = \vec{\varphi} + \vec{\varphi_i}$

En charge, la f.é.m. est donc donnée pour une machine non saturée par la relation

$$\underline{E_{ch}} = \underline{E_v} + \underline{E_i}$$

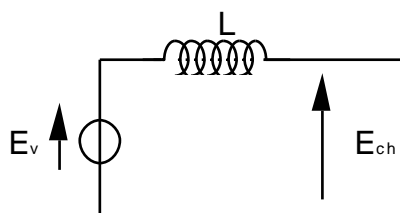
4.1.3 Modèle équivalent de l'alternateur :

- a - Représentation du modèle :

Les hypothèses simplificatrices suivantes seront respectées dans toute la suite de notre étude :

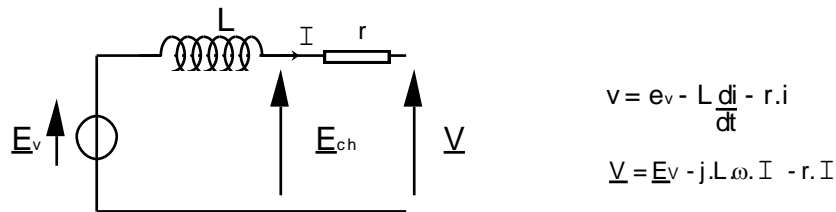
- Charge équilibrée, - Régime permanent, - Rotor à pôles lisses, - Machine non saturée -

Pour tenir compte de la R.M.I, on la modélise électriquement par une bobine d'inductance L :



$X = L\omega$: appelée réactance synchrone.

Schéma, auquel il faut ajouter une résistance qui rendra compte des pertes par effet joule dans les enroulements. Soit, r , la résistance d'un enroulement, le modèle équivalent d'une phase de l'alternateur est :



Soit : $X = L\omega$: la réactance synchrone.

Soit : $Z = \sqrt{r^2 + L\omega^2}$: l'impédance synchrone

- b - Diagramme de BEHN - ESCHENBOURG :

La loi des mailles s'écrit : $v = e_v - u_L - r.i$

$$\vec{V} = \vec{E}_v - \vec{X.I} - \vec{r.I}$$

Donc :

Connaissant :

ϕ Déphasage courant tension, angle imposé par la charge.

$X = L\omega$ Réactance synchrone

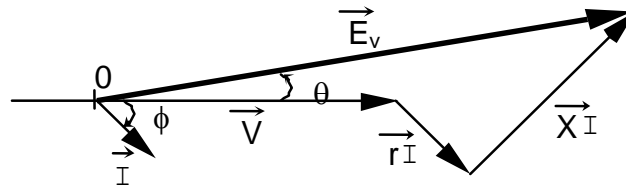
I Intensité du courant dans la charge

V Tension simple

Nous pouvons calculer E_v :

- On trace V .
- Connaissant ϕ , on trace I , puis rI , colinéaire à I .
- On trace XI .
- On en déduit E_v .

- On peut mesurer θ , angle de décalage interne, (V ; E_v).



Remarque : nous pouvons utiliser le même procédé pour évaluer V , connaissant E_v . Pour cela :

Tracer une droite symbolisant la direction de I , puis tracer $r.I$, $X.I$, tracer la direction de V , et enfin à l'aide d'un compas rechercher le point d'intersection de V et E_v .

- C - Détermination des éléments du modèle :

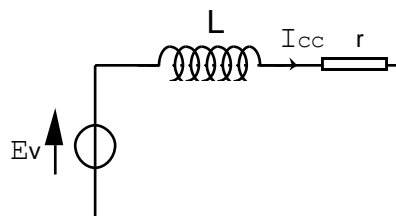
La détermination du modèle de l'alternateur non saturé se fait en trois étapes :

- Tracé de la caractéristique à vide :

La f.é.m. synchrone est égale à la f.é.m. à vide. On relève, donc, à vitesse constante, E_v en fonction de I_e , courant dans l'inducteur, on trace $E_v = f(I_e)$

- Relevé de la caractéristique en court-circuit :

Les trois enroulements du stator sont couplés en étoile. Le modèle équivalent d'un enroulement de l'alternateur est le suivant :



$$\underline{E_v} = (r + jL\omega) \cdot \underline{I_{cc}} = \underline{Z} \cdot \underline{I_{cc}}$$

L'alternateur est entraîné à vitesse nominale, on mesure les intensités du courant d'excitation et d'un des courants de court-circuit débités dans l'induit, on trace $I_{cc} = f(I_e)$.

- Calcul de l'impédance synchrone :

Pour un courant d'excitation donné, le module de l'impédance synchrone est donné par la relation :

$$Z = \frac{E_v}{I_{cc}}$$

4.1.4 Bilan des puissances :

- a - Puissance utile :

U : Tension entre deux bornes de phases.

I : Intensité du courant de ligne.

$\cos\phi$: Facteur de puissance imposé par la charge.

En monophasé : $P_u = UI \cdot \cos\phi$

En triphasé : $P_u = UI \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\phi$

- b - Bilan des pertes :

- La puissance reçue :

L'alternateur reçoit une puissance mécanique P_M qui lui est fournie par le moteur d'entraînement :

$$P_M = T_M \cdot \Omega$$

- Les pertes collectives :

Ce sont des pertes mécaniques (P_m), qui ne dépendent que de la fréquence de rotation et les pertes dans le fer (P_f), qui ne dépendent que de la fréquence et de la valeur maximale du flux. Ces pertes seront mesurées au cours d'un essai à vide dans lequel la machine tourne à la fréquence de rotation nominale, sous une tension égale à la tension qu'elle aurait en charge. En effet, l'égalité des tensions efficaces entraîne celle des flux.

- Les pertes par effet Joule dans l'inducteur :

U_e : Tension aux bornes de l'inducteur.

I_e : Intensité du courant d'excitation.

$$P_{je} = U_e \cdot I_e$$

- Les pertes par effet Joule dans l'induit :

➤ En monophasé :

r : Résistance de l'enroulement induit.

I : Intensité efficace du courant débité par l'induit.

$$P_j = r \cdot I^2$$

➤ En triphasé :

r : Résistance mesurée entre deux bornes de phase de la machine.

I : Intensité efficace du courant de ligne.

$$P_j = \frac{3}{2} r \cdot I^2$$

➤ Rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{UI\sqrt{3}\cos\varphi}{UI\sqrt{3}\cos\varphi + P_m + P_{je} + P_j}$$

4.2 MACHINE ASYNCHRONE

Un champ magnétique tournant produit la rotation d'un disque métallique tournant à une fréquence de rotation inférieure à celle du champ : sa rotation est asynchrone.

4.2.1 Principe moteur :

a : Le stator

Il est constitué de trois enroulements alimentés par des tensions triphasées de fréquence, f , qui produisent ainsi un champ magnétique tournant \vec{B} à la fréquence de rotation, n_s , appelée fréquence de synchronisme :

n_s La fréquence de rotation du champ \vec{B} en tours par seconde [tr.s^{-1}]

$$n_s = \frac{f}{p}$$

f La fréquence des tensions d'alimentation en Hertz [Hz]

P Le nombre de paires de pôles du rotor

Une autre relation se déduit de la précédente :

$$\Omega_s = 2\pi.n_s = 2\pi.\frac{f}{p}$$

Ω_s La vitesse angulaire du champ \vec{B} , en radians par seconde

[rad.s⁻¹]

b : Le rotor

La fréquence de rotation du rotor est appelée n, il tourne moins vite que le champ tournant du stator, l'enroulement rotorique n'est relié à aucune source extérieure. Les seuls courants qui le traversent sont les courants de Foucault induits par la rotation du champ statorique.

➤ Rotor à cage d'écureuil :

Il est constitué de barres métalliques identiques dont les extrémités sont réunies entre elles par des couronnes métalliques peu résistives. L'ensemble présente une résistance électrique très faible, on dit que le rotor est en court-circuit.

➤ Rotor bobiné :

Les tôles de ce rotor sont munies d'encoches où sont placés des conducteurs formant un bobinage le plus souvent triphasé, trois bagues et trois balais sont prévus pour accéder à ces enroulements, permettant de modifier certaines des caractéristiques électriques du circuit rotorique.

4.2.2 Association entre le rotor et le stator

Si la fréquence des tensions d'alimentation est égale à 50 Hz, la relation entre n's en tours par minute, et p le nombre de paires de pôles peut s'écrire :

$$n'_s = \frac{3000}{p}$$

n's La fréquence de rotation du champ \vec{B} en tours par minute [tr.min⁻¹]

Sachant que, n , la fréquence du rotor, donc du moteur, est très légèrement inférieure à celle du champ tournant, n_s , la relation ci-dessus permet de donner très rapidement le nombre de paires de pôles ainsi que la fréquence de synchronisme lorsque la fréquence de rotation du moteur est connue, en complétant le tableau suivant.

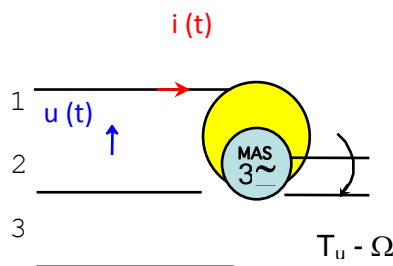
La fréquence de rotation du moteur est de 980 tr.min^{-1} , la fréquence du réseau est de 50 Hz, ainsi :

p	1	2	3	4...
$n_s [\text{tr.min}^{-1}]$	3000	1500	1000	750

Dans l'exemple proposé, la fréquence de synchronisme est de 1000 tr.min^{-1} et le nombre de pôles est de 6.

Un tableau du même genre peut être adapté avec une quelconque fréquence du réseau.

. d : Le Symbole



. e : Le glissement

Le rotor tourne à la fréquence de rotation n , il tourne moins vite que le champ tournant qui lui tourne à la fréquence de rotation n_s . La différence Δn entre ces deux fréquences de rotation est donnée par la relation :

$$\Delta n = n_s - n$$

n_s La fréquence de rotation du champ \vec{B} en tours par seconde $[\text{tr.s}^{-1}]$
 n La fréquence de rotation du rotor en tours par seconde $[\text{tr.s}^{-1}]$

On appelle glissement d'un moteur asynchrone le rapport de la fréquence de glissement à la fréquence de synchronisme :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s}$$

g Le glissement du moteur asynchrone en pourcentage [sans unité]
 n_s La fréquence de rotation du champ \vec{B} en tours par seconde $[\text{tr.s}^{-1}]$

n La fréquence de rotation du rotor en tours par seconde [tr.s^{-1}]

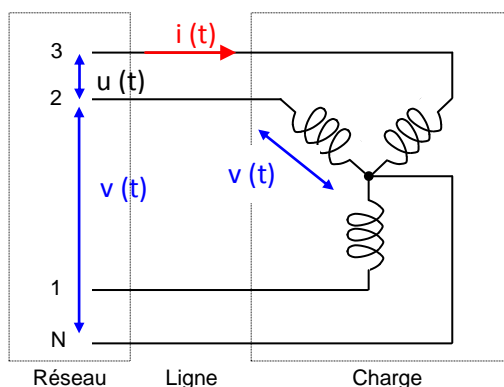
La valeur efficace V de la tension simple $v(t)$ est mesurée entre une phase et le neutre, la valeur efficace U de la tension composée $u(t)$ est évaluée entre deux phases.

La relation entre les valeurs efficaces de ces deux tensions est :

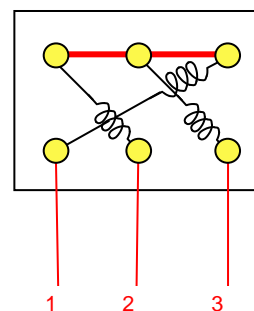
$$U = V\sqrt{3}$$

U La valeur efficace de la tension composée $u(t)$ en volts [V]
 V La valeur efficace de la tension simple $v(t)$ en volts [V]

A Le couplage en étoile



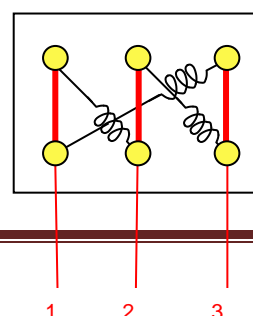
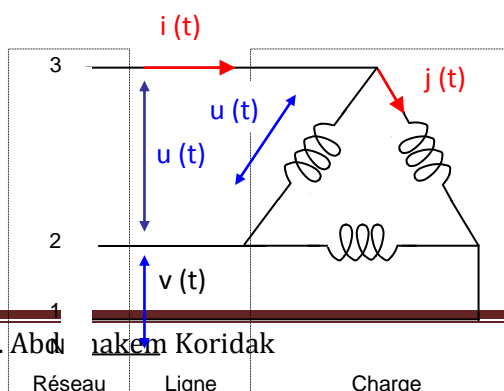
Couplage en étoile



Câblage du stator

Dans un couplage en étoile, chaque enroulement est soumis à la tension simple $v(t)$, tension entre phase et neutre. Chaque enroulement est traversé par le courant de ligne $i(t)$.

B Le couplage en triangle



Couplage en triangle

Câblage du stator

Dans un couplage en triangle, chaque enroulement est soumis à la tension composée, $u(t)$, tension entre deux phases. Chaque enroulement est traversé par le courant $j(t)$ de valeur efficace J , ce courant n'a de raison d'être que pour ce type de couplage.

La relation entre les valeurs efficaces de ces deux courants est :

$$I = J\sqrt{3}$$

I

La valeur efficace du courant de ligne $i(t)$ en ampères [A]

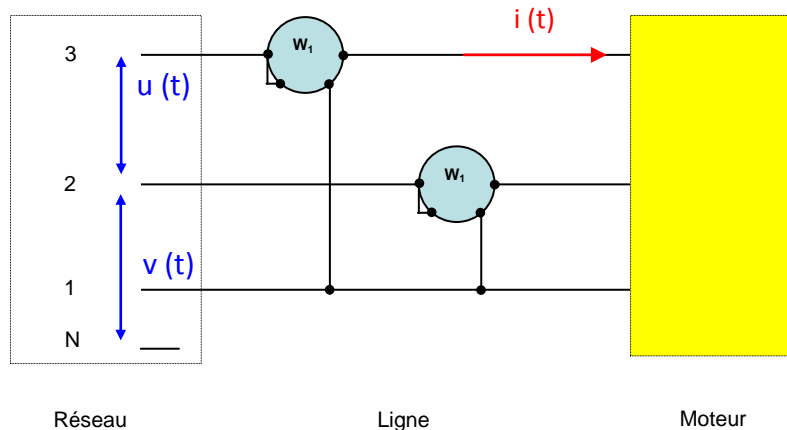
J

La valeur efficace du courant $j(t)$ dans un enroulement dans le cas

D'un couplage en triangle, en ampères [A]

4.2.3 Mesure de la puissance absorbée

Cette méthode reste identique que le couplage soit en étoile ou en triangle, il utilise deux wattmètres numériques qui doivent être branchés comme suit :



Pour cette mesure le fil de neutre n'est jamais utilisé.

- Le premier wattmètre W_1 indique une grandeur P_1
- Le second wattmètre W_2 indique une grandeur P_2

a : La puissance active

La puissance active P absorbée par le moteur se calcule à partir des informations des wattmètres, en utilisant la relation suivante :

P

La puissance active absorbée en watts [W]

$$P = P_1 + P_2$$

P_1 La lecture du premier wattmètre [sans unités]

P_2 La lecture du second wattmètre [sans unités]

P_1 et P_2 sont les lectures des deux wattmètres, elles sont soit positives soit négatives.

Sachant que la puissance absorbée P est une puissance active, elle est nécessairement positive. Il est donc indispensable de donner à P_1 la valeur positive correspondant à la plus grande des deux indications en valeurs absolues. La valeur prise par P_2 sera l'indication de l'autre wattmètre, affublé du signe « plus » si les deux grandeurs étaient de même signe et du signe « moins » dans le cas contraire.

b : La puissance réactive

La puissance réactive Q absorbée par le moteur se calcule à partir des informations des wattmètres, en utilisant la relation suivante :

$$Q = \sqrt{3} (P_1 - P_2)$$

Q La puissance réactive absorbée en V.A.R [vars]

P_1 La lecture du premier wattmètre [sans unités]

P_2 La lecture du second wattmètre [sans unités]

V.A.R : Volts ampères réactifs

c : La puissance apparente

La puissance apparente du moteur peut se déduire des deux calculs précédents par la relation :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

S La puissance apparente du moteur en V.A [VA]

P La puissance active absorbée en watts [W]

Q La puissance réactive absorbée en V.A.R [vars]

V.A.R : Volts ampères réactifs

d : Le facteur de puissance

Le facteur de puissance peut se déduire des deux calculs précédents par la relation :

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

φ L'angle de déphasage entre courant et tension en degrés [°]

P La puissance active absorbée en watts [W]

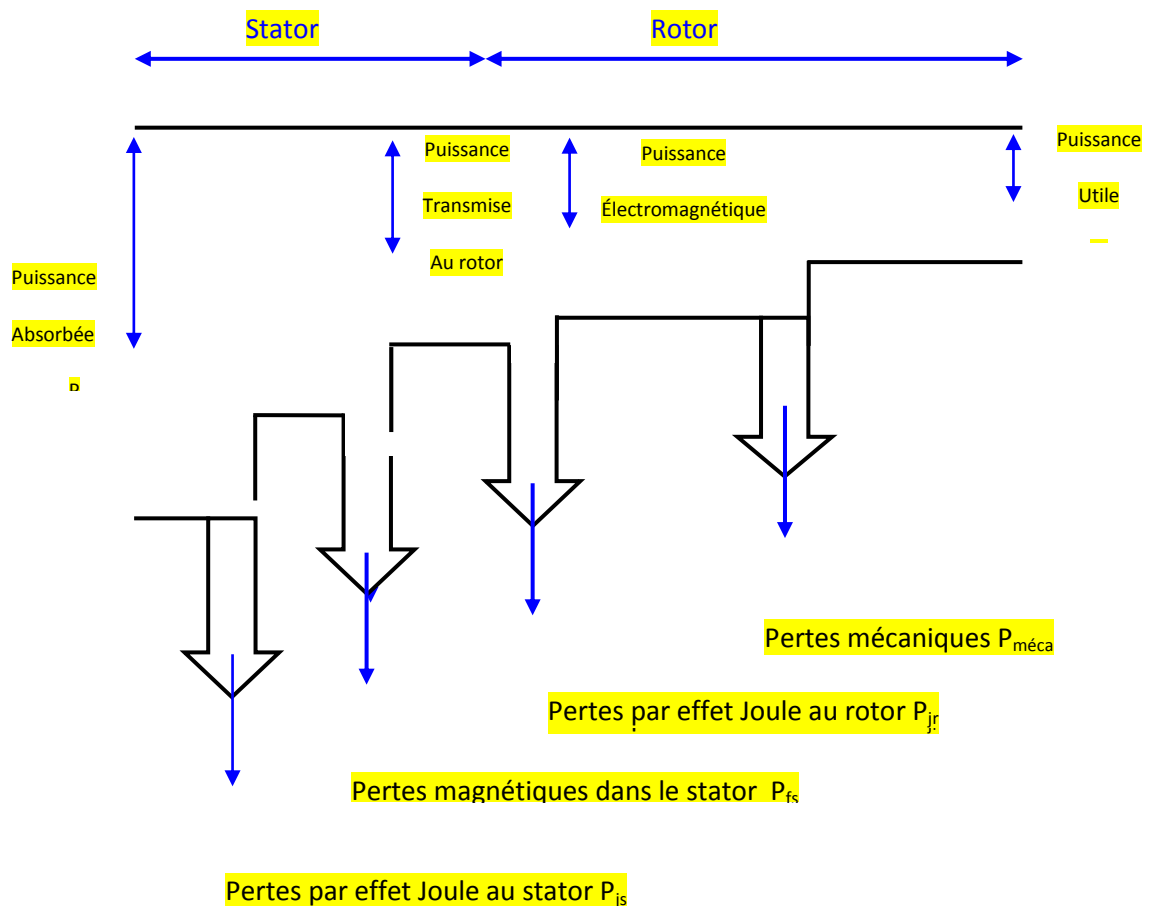
Q La puissance réactive absorbée en V.A.R [vars]

V.A.R : Volts ampères réactifs

4.2.4 Le bilan des puissances

Le bilan des puissances décline toutes les puissances, depuis la puissance absorbée d'origine électrique jusqu'à la puissance utile de nature mécanique.

Le bilan, peut être résumé à l'aide schéma suivant :



Bilan des puissances d'un moteur asynchrone

Toutes les puissances mises en jeu dans ce bilan peuvent être calculées à partir des relations qui suivent.

STATOR	
$P = UI \sqrt{3} \cos \varphi$	P La puissance électrique absorbée en watts [W]
	U La tension entre deux phases en volts [V]

- I L'intensité du courant de ligne en ampères [A]
 φ L'angle de déphasage entre courant et tension en degrés [°]

1^{er} cas

La résistance R est donnée entre deux bornes de phases

$$P_{js} = \frac{3}{2} RI^2$$

- P_{js} Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
 R La résistance entre deux bornes de phases en ohms [Ω]
 I^2 L'intensité du courant de ligne en ampères² [A²]

2^{ème} cas

La résistance R' est celle d'un enroulement

Couplage étoile

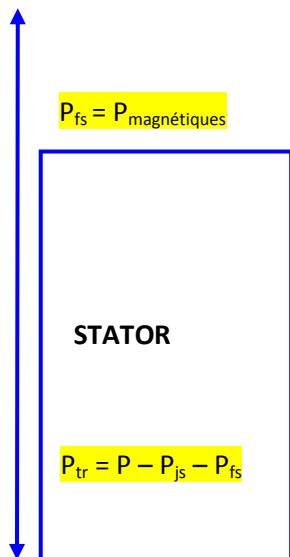
$$P_{js} = 3R'I^2$$

- P_{js} Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
 R' La résistance d'un enroulement en ohms [Ω]
 I^2 L'intensité du courant de ligne en ampères² [A²]

Couplage triangle

$$P_{js} = 3R'J^2$$

- P_{js} Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
 R' La résistance d'un enroulement en ohms [Ω]
 J^2 L'intensité du courant dans un enroulement en ampères² [A²]



$$P_{fs} = P_{\text{magnétiques}}$$

STATOR

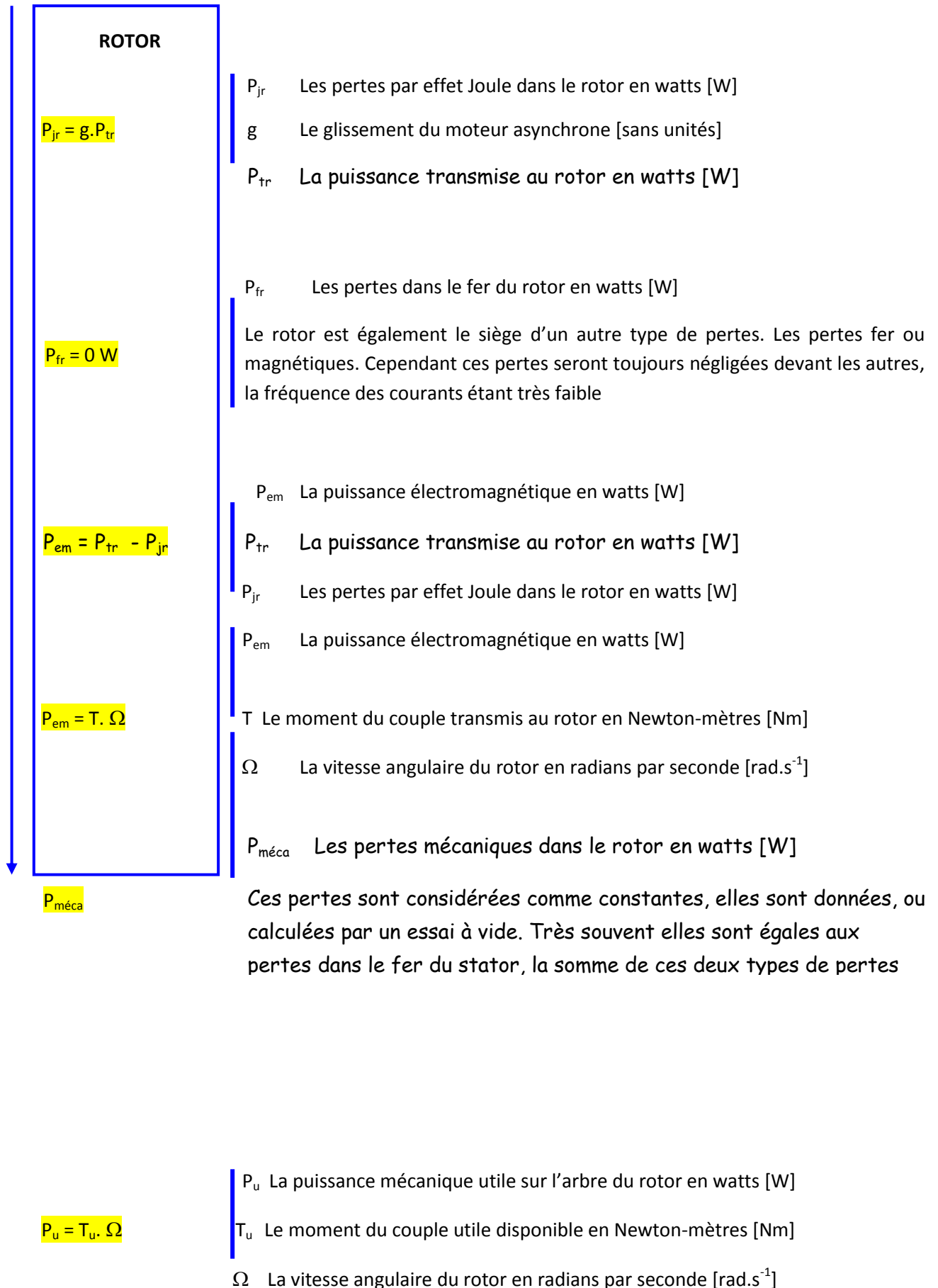
$$P_{tr} = P - P_{js} - P_{fs}$$

- P_{fs} : Les pertes dans le fer du stator en watts [W]
 Les pertes magnétiques, dans les tôles de l'armature du stator sont pratiquement indépendantes de la charge, elles sont liées à la valeur efficace U et à la fréquence f de la tension composée u (†). Pour un réseau donnée, ces pertes sont considérées comme constantes, elles sont données, ou calculées par un essai à vide.
 P_{tr} La puissance transmise au rotor en watts [W]
 P La puissance électrique absorbée en watts [W]
 P_{js} Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
 P_{fs} Les pertes dans le fer du stator en watts [W]

$$P_{tr} = T \cdot \Omega_s$$

ROTOR

- P_{tr} La puissance transmise au rotor en watts [W]
 T Le moment du couple transmis au rotor en Newton-mètres [Nm]
 Ω_s La vitesse angulaire du champ \vec{B} en radians par seconde [rad.s⁻¹]



Le bilan met en évidence le fait que la puissance absorbée est obligatoirement la puissance la plus importante, elle ne cesse de diminuer en progressant vers la puissance utile qui est évidemment la plus faible, ainsi :

$P_{tr} = P - P_{js} - P_{fs}$	P_{tr}	La puissance transmise au rotor en watts [W]
	P	La puissance électrique absorbée en watts [W]
	P_{js}	Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
$P_{em} = P_{tr} - P_{jr}$	P_{em}	La puissance électromagnétique en watts [W]
	P_{tr}	La puissance transmise au rotor en watts [W]
	P_{jr}	Les pertes par effet Joule dans le rotor en watts [W]
$P_u = P_{em} - P_{méca}$	P_u	La puissance utile en watts [W]
	P_{em}	La puissance électromagnétique en watts [W]
	$P_{méca}$	Les pertes mécaniques dans le rotor en watts [W]
$P_u = P - P_{js} - P_{fs} - P_{jr} - P_{méca}$	P_u	La puissance utile en watts [W]
	P	La puissance absorbée en watts [W]
	P_{js}	Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W]
	P_{fs}	Les pertes dans le fer du stator en watts [W]

- Les pertes magnétiques dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault se produisent uniquement dans les tôles du stator.
- Les pertes mécaniques dues aux frottements se situent au niveau des paliers du rotor.

Le rendement est le rapport entre la puissance mécanique utile et la puissance électrique absorbée par, d'où :

$\eta = \frac{P_u}{P}$	η	Rendement du moteur [sans unités]
	P_u	La puissance utile en watts [W]

4.2.5 Essai à vide

- Nous dirons que le moteur fonctionne à vide s'il n'entraîne aucune charge sur son arbre. L'indice «_o» caractérise cet essai. Le couple utile $T_{uo} = 0 \text{ Nm}$
- La fréquence de rotation du rotor est notée n_o , elle est considérée comme identique à la fréquence de rotation n_s du champ tournant Les fréquences de rotation $n_o = n_s$

Toutes les puissances mises en jeu dans le bilan des puissances peuvent être recalculées dans le cas de l'essai à vide en tenant compte des deux relations précédentes.

➤ Puissance absorbée à vide à vide

$$P_o = UI_o \sqrt{3} \cos \varphi_o$$

P_o	La puissance électrique absorbée à vide en watts [W]
U	La tension entre deux phases en volts [V]
I_o	L'intensité du courant de ligne à vide en ampères [A]

➤ Pertes par effet Joule dans le stator

- Si la résistance R est donnée entre deux bornes de phases

$$P_{jso} = \frac{3}{2} RI^2$$

P_{jso}	Les pertes par effet Joule à vide dans le stator en watts [W]
R	La résistance entre deux bornes de phases en ohms [Ω]

- Si la résistance R est la résistance d'un enroulement avec un couplage en étoile

$$P_{jso} = 3R' I_o^2$$

P_{js}	Les pertes par effet Joule à vide dans le stator en watts [W]
R'	La résistance d'un enroulement en ohms [Ω]
I^2	L'intensité du courant de ligne à vide en ampères ² [A ²]

- Si la résistance R est la résistance d'un enroulement avec un couplage en triangle

P_{jso} Les pertes par effet Joule à vide dans le stator en watts [W]

$P_{jso} = 3R' J_o^2$ R' La résistance d'un enroulement en ohms [Ω]

J^2 L'intensité du courant dans un enroulement à vide en ampères² [A^2]

➤ Pertes magnétiques dans le stator à vide

P_{js} Les pertes dans le fer à vide dans le stator en watts [W]
 P_{fs} Elles sont constantes donc identiques à vide et en charge

➤ Puissance transmise au rotor à vide

P_{tro} La puissance transmise à vide au rotor en watts [W]
 $P_{tro} = P_o - P_{jso} - P_{fs}$ P_o La puissance électrique absorbée à vide en watts [W]
 P_{jso} Les pertes par effet Joule à vide dans le stator en watts [W]
 P_{fs} Les pertes dans le fer du stator en watts [W]

➤ Les pertes par effet joule à vide dans le rotor

$$n_o = n_s$$

n_s La fréquence de rotation du champ \vec{B} en tours par seconde [$tr.s^{-1}$]

n_o La fréquence de rotation à vide du rotor en tours par seconde [$tr.s^{-1}$]

On rappelle que le glissement à vide d'un moteur asynchrone est donné par la relation :

$$g_o = \frac{n_s - n_o}{n_s} \quad g_o \text{ Le glissement du moteur à vide en pourcentage [sans unités]}$$

Les deux relations précédentes donnent :



$g_o = 0 \%$ Le glissement du moteur à vide est nul

Sachant que :

$$P_{jro} = g_o \cdot P_{tro}$$

P_{jro} Les pertes par effet Joule à vide dans le rotor en watts [W]

g_o Le glissement à vide du moteur asynchrone [sans unités]



$$P_{jro} = 0 \text{ W}$$

Les pertes par effet joule à vide dans le rotor sont nulles

➤ Les pertes mécaniques dans le stator à vide

$$P_{méca}$$

$P_{méca}$ Les pertes mécaniques à vide dans le stator en watts [W]

Elles sont constantes donc identiques à vide et en charge

➤ La puissance utile à vide

$$P_u = T_u \cdot \Omega$$

P_{uo} La puissance utile à vide en watts [W]

T_{uo} Le moment du couple utile à vide en Newton-mètres [Nm]

Sachant que :

$g_o = 0 \%$ Le glissement du moteur à vide est nul



$$P_{uo} = 0 \text{ W}$$

La puissance utile à vide est nulle

➤ Le bilan des puissances complet donne :

$$P_o = P_{jso} - P_{fs} - P_{méca}$$

P_o La puissance absorbée à vide en watts [W]

P_{jso} Les pertes par effet Joule à vide dans le stator en watts [W]

P_{fs} Les pertes dans le fer du stator en watts [W]

La puissance absorbée à vide se mesure aisément avec la méthode des deux wattmètres, Connaissant la résistance des enroulements du stator, les pertes par effet Joule à vide sont facilement calculables. La différence entre la puissance absorbée et la puissance perdue par effet Joule, donne les deux puissances restantes, c'est-à-dire les pertes magnétiques au niveau du stator et les pertes mécaniques.

4.2.6 Essai en charge

A : Le point de fonctionnement

Le moteur est maintenant chargé, c'est-à-dire que l'arbre de ce dernier entraîne une charge résistante qui s'oppose au mouvement du rotor.

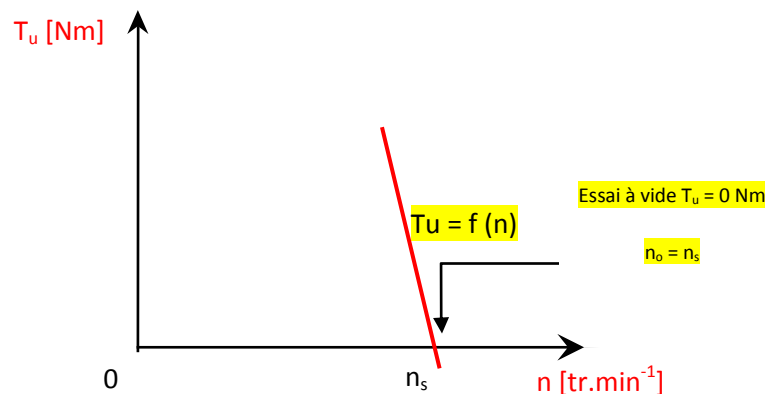
En régime permanent, ou régime établi, le couple utile T_u délivré par le moteur est égal au couple résistant T_R que lui oppose la charge mécanique :

En régime permanent :

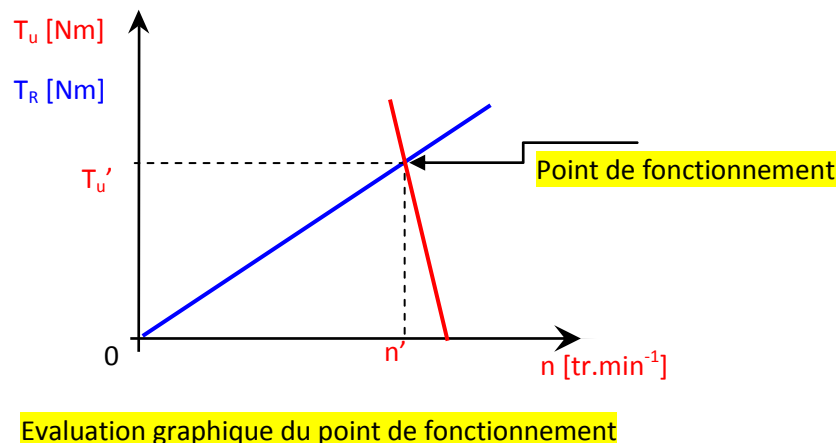
$T_u = T_R$	T_u	Le couple utile délivré par le moteur en newtons mètres [Nm]
	T_o	Le couple résistant de la charge mécanique en newtons mètres [Nm]

Sur sa partie utile, la caractéristique mécanique est un segment de droite. Pour la tracer, il suffit de deux points. Le premier est généralement donné par l'étude d'un cas précis, le second se déduit de l'essai à vide. Dans cet essai, le couple utile est nul, il est associé à une fréquence de rotation considérée comme égale celle du synchronisme, $n_o = n_s$.

Le moment du couple utile T_u en fonction de la fréquence de rotation en tours par minute est la suivante



Le point de fonctionnement se trouve sur l'intersection de la caractéristique mécanique du moteur et de la courbe qui caractérise le couple résistant de la charge.



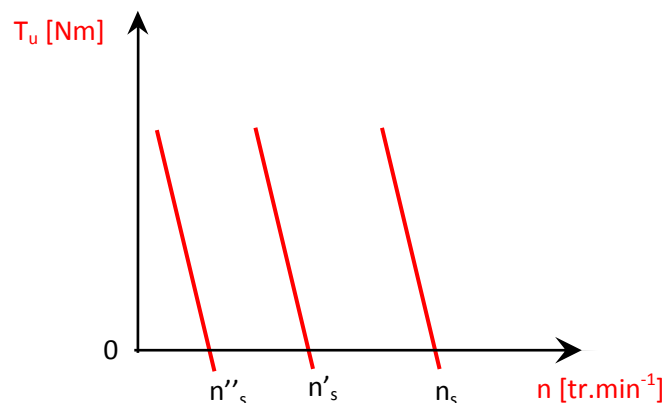
Le point de fonctionnement (T_u' ; n') permet de calculer très facilement le glissement et la puissance utile dans ce cas bien précis.

B : Le fonctionnement à V/f constant

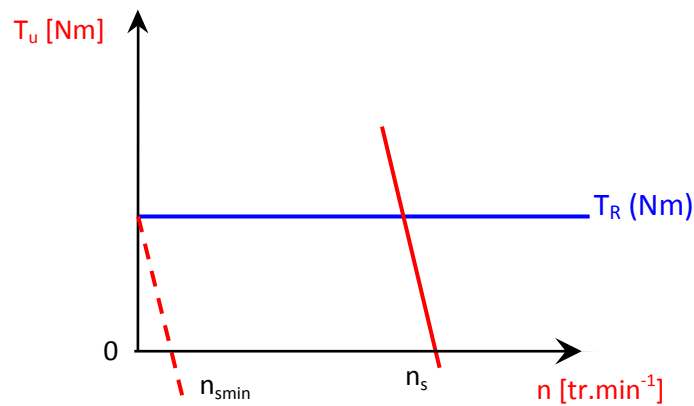
Si les propriétés électriques de l'alimentation du moteur sont telles que le rapport entre la valeur efficace et la fréquence f de la tension $v(t)$ reste constant $\frac{V}{f} =$

Constante, le moment du couple magnétique T_{em} ne dépend que de la différence entre les fréquences de rotation n_s et n .

Dans ce cas, toutes les caractéristiques mécaniques sont parallèles les unes avec les autres.



C : Le fonctionnement à V/f constant et à couple résistant constant



En traçant successivement les différentes caractéristiques toutes parallèles entre elles, il est possible de trouver la fréquence minimale qui permet le démarrage du moteur lorsque le couple résistant qui s'oppose au couple utile du moteur est fixé, en utilisant la relation :

$$f_{\min} = n_{s\min} \cdot p$$